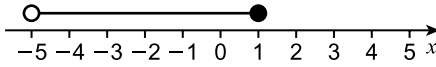


- 8 a  $\{x: x > 4\}$  b  $\{x: x < 7\}$   
c  $\{x: x \geq 5\}$  d  $\{x: 0 \leq x < 3\}$

9 Thello njohuritë

- 1 a  $x(x+1) = 30$  b 5 dhe 6  
2 23.32 m  
3  $3(x+0.4)^2 - 0.48$   
 $a = 3, p = 0.4, q = -0.48$   
4  $68\text{ m} \times 125\text{ m}$   
5 a Sipërfaqja  $= x(x+4) + x(x+1) = x^2 + 4x + x^2 + x$   
 $2x^2 + 5x = 75$   
So  $2x^2 + 5x - 75 = 0$   
b  $x = 5$  ose  $x = -7.5$   
6 Karikues = 350; kapak telefoni = 750  
7  $x = -5$  ose  $x = \frac{8}{3}$ . Meqë -5 nuk është zgjidhje e pranueshme në këtë rast  $x = \frac{8}{3}$  m.  
8 Pikat janë (1.1, 4.9) dhe (-3.6, 9.6)  
9 5 gola  
10  $1.25 \leq t \leq 3.75$  sekonda  
11 1.52 m  
12  $x = 0, y = 5$  ose  $x = -4, y = -3$   
13   
 $\{x: -5 < x \leq 1\}$   
14 a  $(x+p)^2 + q = (x+p)(x+p) + q = x^2 + 2px + p^2 + q$   
b i  $(x+3)^2 + 6$  ii  $(x+4)^2 - 19$  iii  $(x-2)^2 - 2$   
iv  $(x+\frac{3}{2})^2 + \frac{19}{4}$

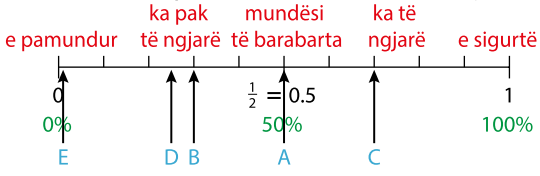
9 Test

Shembull përgjigje nxënësi

- 1 Mund të përfundoni me 3 ose 4 ekuacione të ndryshme prandaj do të ishte ide e mirë ti emërtoni për të shmangur ngatërrimin e tyre.  
2 Shkronja s dhe I mund t'ju ngjajnë si 5 ose 1, e mund të gaboni si rrjedhojë.  
3 Nxënësit duhet ta bëjnë të qartë se sa kapese letrash janë në çdo kuti me një formulim të tillë, 'Janë 60 kapese letrash në kutinë e vogël dhe 175 kapese letrash në kutinë e madhe.'

KAPITULLI 10

10 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a 0.97 b 0.85 c 0.35 d 0.38  
2 a 0.78 b 0.24 c  $\frac{2}{5}$  d  $\frac{7}{12}$   
e 73% f 32%  
3 a  $\frac{2}{8}, \frac{3}{12}, \frac{4}{16}$ , etj. b  $\frac{4}{10}, \frac{6}{15}, \frac{8}{20}$ , etj.  
c  $\frac{10}{12}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}$ , etj. d  $\frac{14}{20}, \frac{21}{30}, \frac{28}{40}$ , etj.  
4  $\frac{2}{7}, \frac{1}{3}, \frac{3}{8}, \frac{2}{5}, \frac{5}{12}$   
5 a 40 b 24 c 26.4 d 50  
e 300 f 126  
6 a 0.25, 25% b 0.3, 30%  
c 0.6, 60% d 0.375, 37.5%  
e 0.85, 85% f 0.4625, 46.25%  
7 a 68 b 81.9 c 205 d 4.2  
8 a  $\frac{11}{12}$  b  $\frac{23}{30}$  c  $\frac{7}{12}$  d  $\frac{13}{84}$   
9   
10 b 100 c  $\frac{39}{50}, \frac{17}{100}, \frac{1}{20}$  d 234  
11 a 1, 2, 3, 4, 5, 6 b  $\frac{1}{6}$  c 1  
12 a  $\frac{1}{4}$  b 25 herë c  $\frac{7}{25}$

	Me syze	Pa syze	Totali
Djem	4	10	14
Vajza	6	12	18
Totali	10	22	32

- b  $\frac{5}{16}$  c  $\frac{9}{16}$   
14 0.55

10.1 Ngjarjet e përbëra

- 1 a 8 b 10 c 12 d 18 e mn  
2 a BA, BP, BS, LA, LP, LS, CA, CP, CS, HA, HP, HS, MA, MP, MS  
b 15 c  $\frac{1}{15}$  d  $\frac{2}{15}$   
3 a 10 b  $\frac{2}{5}$  c  $\frac{2}{5}$  d  $\frac{1}{10}$   
4 a HH, HT, TH, TT b 4  
c i  $\frac{1}{4}$  ii  $\frac{1}{2}$   
5 a

		Zari					
		1	2	3	4	5	6
Hedhësi	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10

- b i  $\frac{1}{8}$  ii  $\frac{5}{24}$  iii 0  
6 a 

13	15
15	17

 b (4, 7), (6, 5), (8, 3) c  $\frac{3}{20}$

		Zari 1					
		1	2	3	4	5	6
Zari 2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

- b 36 c i  $\frac{1}{18}$  ii  $\frac{1}{2}$  iii  $\frac{5}{18}$  d 7  
8 a 

Kutia A					
	S	O	L	B	
Kutia B	S	SS	OS	LS	BS
	B	SB	OB	LB	BB
	L	SL	OL	LL	BL

  
b i  $\frac{1}{12}$  ii  $\frac{1}{4}$  iii  $\frac{3}{4}$   
9  $\frac{1}{8}$   
10  $\frac{3}{5}$

10.2 Ngjarjet dy nga dy të papajtueshme

- 1  $\frac{1}{3}$   
2 a  $\frac{1}{3}$  b  $\frac{1}{2}$  c  $\frac{1}{3}$   
3  $\frac{5}{9}$   
4 a dhe c (një katror i një numri dhe një shumëfish i 3-shit)  
5 a  $\frac{1}{2}$  b  $\frac{5}{6}$  c  $\frac{2}{3}$   
6 a  $\frac{1}{2}$  b  $\frac{15}{52}$   
7 23%  
8  $\frac{4}{5}$   
9 a 0.4 b 0.9

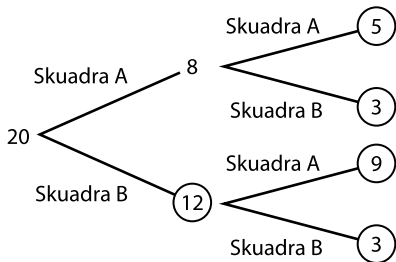
- 10 a  $\frac{1}{6}$  b  $\frac{5}{6}$   
11 a  $\frac{1}{4}$  b  $\frac{3}{4}$   
12 0.12  
13 0.15  
14  $\frac{7}{9}$   
15 0.35  
16 0.62

10.3 Probabiliteti eksperimental

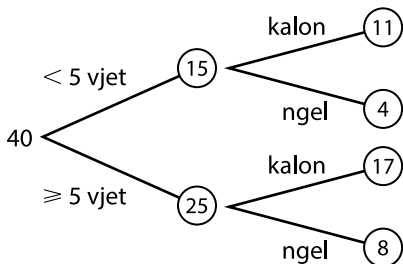
- 1 a 15 b 140 c 70 d 120  
2 a < b < c > d >  
3 a 50  
b i  $\frac{43}{50}$  ii  $\frac{7}{50}$   
c 86  
4 Beti; sa më e madhe numri i provave, aq më i saktë vlerësimi.  
5 a  $\frac{3}{8}$  b 150  
6 a  $\frac{5}{12}$  b 75  
7 18  
8 a 0.23, 0.22, 0.21, 0.18, 0.09, 0.07  
b 0.07 c 35  
d Jo, një zar i saktë ka një probabilitet 0.17 për Çdo rezultat. Për këtë zar, probabiliteti i llogaritur i rënies së 1-shit është më shumë se 3 herë më shumë i mundshëm se rënia e 6-ës.  
9 Po, sepse prbabilitetet e estimuara janë 0.23, 0.195, 0.185, 0.2, 0.19 dhe janë shumë afër probabilitetit teorik 0.2  
10 40  
11 Jo. Duke marrë parasysh se janë më shumë se 200 bileta në shorte, do të jenë më shumë se 200 bileta humbëse. Rrjedhimisht, blerja e 200 biletave nuk ka garanton fitoren.  
12 a 5 b 30 c 75  
13 Estimimi i dentistit është pak i lartë. Rezultatet nga 160 pacientë tregojnë një probailitet prej 0.156.

10.4 Ngjarjet e pavarura dhe diagrami pemë

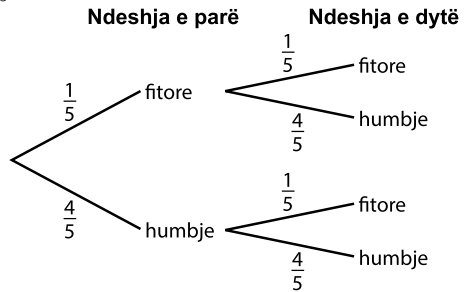
- 1 a  $\frac{7}{45}$  b  $\frac{5}{12}$  c  $\frac{13}{28}$  d 0.08  
e 0.42 f 0.44  
2 Goli i parë Goli i dytë



3 a



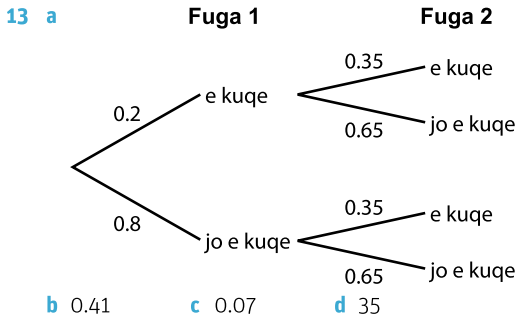
- b  $\frac{3}{10}$   
4 a  
virusi u zhvillua (11)  
rezultat pozitiv (19)  
pa virus (8)  
rezultat negativ (61)  
virusi u zhvillua (2)  
pa virus (59)  
b  $\frac{13}{80}$   
5 0.24  
6 a 0.55 b 0.65 c 0.3575  
7 a  $\frac{1}{4}$  b  $\frac{1}{16}$  c  $\frac{5}{52}$  d  $\frac{1}{676}$  e  $\frac{1}{2704}$   
8  $\frac{27}{125}$   
9 a



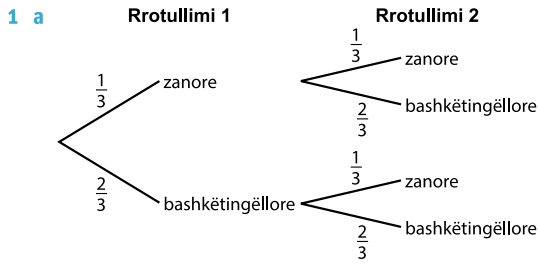
- b i  $\frac{1}{25}$  ii  $\frac{16}{25}$  iii  $\frac{8}{25}$  iv  $\frac{9}{25}$   
10 a Kutia A Kutia B  
e kuqe (3/8) e kuqe (1/6)  
jeshile (5/8) jeshile (5/6)  
e kuqe (1/6)  
jeshile (5/6)  
b i  $\frac{7}{12}$  ii  $\frac{5}{12}$  iii  $\frac{25}{48}$  iv  $\frac{23}{48}$   
11 a Mia Mandi  
qumësht (5/8) qumësht (7/10)  
i/e bardhë (3/8) i/e bardhë (3/10)  
qumësht (7/10)  
i/e bardhë (3/10)

- b i  $\frac{1}{2}$  ii  $\frac{29}{70}$

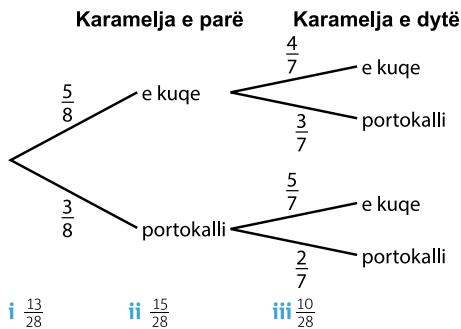
- 12 a sfera e parë sfera e dytë  
e kuqe (5/8) e kuqe (5/8)  
e verdhë (3/8) e verdhë (3/8)  
e kuqe (5/8)  
e verdhë (3/8)  
b  $\frac{15}{32}$



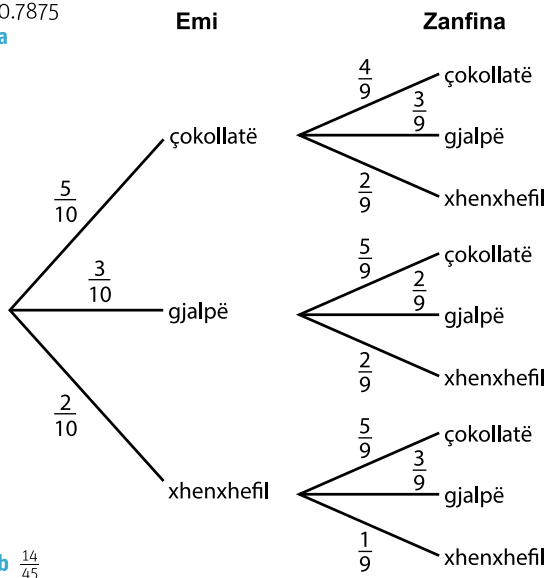
### 10.5 Probabiliteti me kusht



- b**  $\frac{1}{9}$
- 2 a**  $\frac{47}{130}$  **b**  $\frac{87}{130}$  **c**  $\frac{23}{60}$
- 3 a** i varur  
**b** i pavarur  
**c** i pavarur  
**d** i varur  
**e** i pavarur
- 4 a** 0.04 **b** 0.03 **c** 0.91
- 5 a**



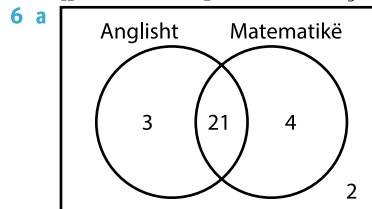
- 6** 11.25%
- 7** 0.7875
- 8 a**



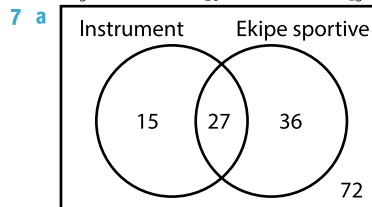
- 9**  $\frac{35}{66}$
- 10**  $\frac{10}{36}$
- 11**  $\frac{14}{45}$

### 10.6 Diagramet e Venit dhe simbolet e bashkësive

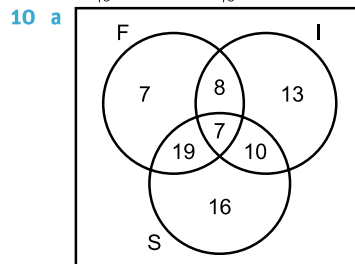
- 1 a** 2 **b** 32 **c** 17 **d** 100
- 2 a**  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ ;  $B = \{2, 3, 5, 7\}$   
**b i** e vërtetë **ii** e gabuar **iii** e vërtetë
- 3 a**  $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$   
**b**  $\{1, 4, 9\}$   
**c**  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$   
**d** Q  
**e** P: numrat tek  $< 16$ ;  
 E: numra pozitivë  $< 16$
- 4 a**  $\{1, 3, 4, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$   
**b**  $\{1, 9\}$   
**c**  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$   
**d**  $\{2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$   
**e**  $\{4\}$   
**f**  $\{3, 5, 7, 11, 13, 15\}$
- 5 a**  $\frac{5}{12}$  **b**  $\frac{1}{2}$  **c**  $\frac{1}{12}$  **d**  $\frac{5}{6}$   
**e**  $\frac{7}{12}$  **f**  $\frac{1}{2}$  **g**  $\frac{1}{3}$  **h**  $\frac{2}{3}$



- b i**  $\frac{4}{5}$  **ii**  $\frac{7}{10}$  **iii**  $\frac{14}{15}$  **iv**  $\frac{2}{15}$

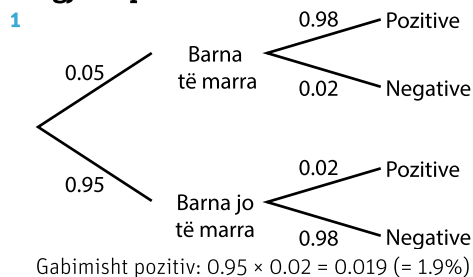


- b**  $\frac{7}{25}$  **c**  $\frac{3}{7}$
- 8 a** 120  
**b i**  $\frac{31}{60}$  **ii**  $\frac{7}{24}$  **iii**  $\frac{22}{47}$
- 9 a** 7  
**b** 40  
**c i**  $\frac{7}{40}$  **ii**  $\frac{11}{40}$  **iii**  $\frac{11}{13}$

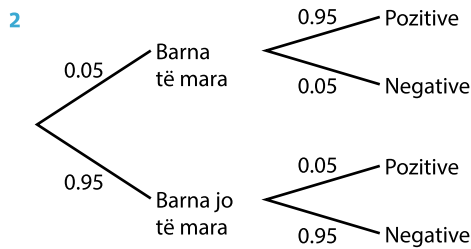


- b**  $\frac{13}{40}$  **c**  $\frac{1}{2}$

### 10 Zgjidh problemat



Kapitulli 10 Përgjigjet



Saktësisht pozitiv:  $0.05 \times 0.95 = 0.0475$   
Gabimisht pozitiv:  $0.95 \times 0.05 = 0.0475$   
Do të ketë një sasi të njëjtë diagnozash pozitive që janë të sakta dhe të pasakta. Kjo do të thotë se gjysma e njerëzve që morën rezultate pozitive do të ishin në të vërtetë të pafajshëm.

3 Nxënësit mund të kenë argumenta të ndryshëm për të bërë.  
Probabiliteti i testeve pozitive për testin A =  $0.05 \times 0.98 + 0.95 \times 0.02 = 0.068$   
Numri i rritimeve =  $600 \times 0.068 = 41$   
Kostoja =  $641 \times 52 = 33\,332$   
Probabiliteti i testeve pozitive për testin B =  $0.05 \times 0.95 + 0.95 \times 0.05 = 0.095$   
Numri i rritimeve =  $600 \times 0.095 = 57$   
Kostoja =  $657 \times 40 = 26\,280$   
Do të kushtonte shumë më pak nëse përdorim testin B.  
Megjithatë kemi treguar që për testin B, 4.75% e rezultateve janë gabimisht pozitive. Kjo mund të sjellë që një nga rritimet të japi një pozitive gabimisht.

10 Kontrolllo njohuritë

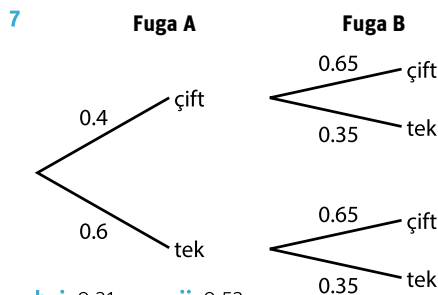
- 1 a 0.75      b 0.075  
2 a  $\frac{4}{5}$       b  $\frac{7}{10}$   
3 a

		Zari					
		1	2	3	4	5	6
Fuga	2	3	4	5	6	7	8
	4	5	6	7	8	9	10
	6	7	8	9	10	11	12
	8	9	10	11	12	13	14

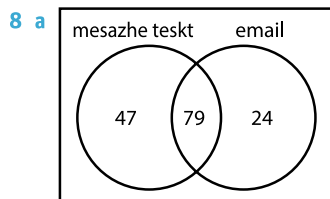
- b i  $\frac{1}{8}$       ii  $\frac{1}{3}$       iii  $\frac{3}{8}$   
4  $\frac{2}{17}$   
5 0.15  
6 a

Numri	1	2	3	4	5	6
Probabiliteti	0.2	0.3	0.1	0.15	0.1	0.15

- b 45  
c Jo, probabilitetet janë të ndryshme. Nëse disku do të ishte i saktë, probabilitet do të ishin të njëjta.



- b i 0.21      ii 0.53



- b  $\frac{93}{140}$       c  $\frac{79}{126}$   
9 a  $R = \{2, 3, 5, 8\}$   
b  $R' = \{1, 4, 6, 7, 9, 10\}$   
c  $R \cap S = \{3, 5\}$   
d  $\mathcal{E} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
e Po

10 Përpuno njohuritë

Llogaritja e probabilitetit

- 1 a  $\frac{1}{5}$       b  $\frac{4}{5}$       c  $\frac{4}{5}$   
d Përgjigjet janë të njëjta.  
e i  $\frac{3}{10}$       ii  $\frac{7}{10}$   
2 a  $\frac{1}{10}$       b  $\frac{3}{10}$       c  $\frac{2}{5}$   
d Shuma e përgjigjeve të pikave a dhe b është sa përgjigja e pikës c.  
e  $\frac{1}{2}$   
3 0.15  
4 a

		Ndeshja e parë		
		Fiton	Barazon	Humb
Ndeshja e dytë	Fiton	F, F	B, F	H, F
	Barazon	F, B	B, B	H, B
	Humb	F, H	B, H	H, H

- b 9      c  $\frac{1}{9}$   
d (F, F), (B, F), (H, F), (F, B) ose (F, H)      e  $\frac{5}{9}$   
5 a

		Fuga A				
		2	2	4	4	6
Fuga B	1	2, 1	2, 1	4, 1	4, 1	6, 1
	2	2, 2	2, 2	4, 2	4, 2	6, 2
	2	2, 2	2, 2	4, 2	4, 2	6, 2
	3	2, 3	2, 3	4, 3	4, 3	6, 3
	3	2, 3	2, 3	4, 3	4, 3	6, 3

25 rezultate

b i  $\frac{2}{5}$       ii  $\frac{8}{25}$       c dy numra çift

		Fuga A				
		2	2	4	4	6
Fuga B	1	3	3	5	5	7
	2	4	4	6	6	8
	2	4	4	6	6	8
	3	5	5	7	7	9
	3	5	5	7	7	9

- e 5      f  $\frac{13}{25}$   
6 a 77      b  $\frac{41}{77}$   
7 a  $\frac{10}{19}$ ; shumëzo dhe mblidh      b  $\frac{3}{10}$ ; mblidh  
c  $\frac{14}{95}$ ; shumëzo      d  $\frac{3}{10}$ ; shumëzo

Probabiliteti dhe eksperimenti

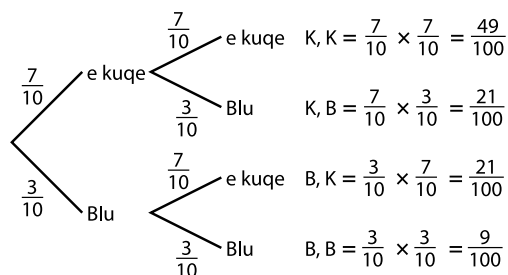
- 1 a  $\frac{1}{20}$       b 25      c 36  
2 a 30  
b Jo, siç pritej numri është sa dyfishi i sasisë që mori Dylan  
3 a  $\frac{1}{5}$ ;  $\frac{3}{20}$ ;  $\frac{7}{40}$ ;  $\frac{17}{80}$ ;  $\frac{21}{80}$       b 30

Diagramat e Venit dhe diagramat e degëzuara

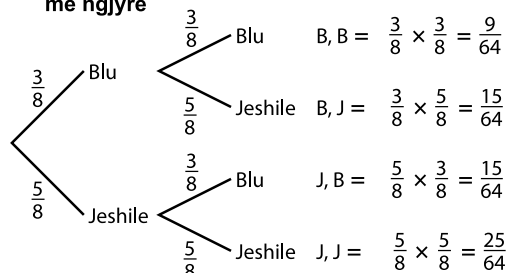
- 1 a pa zëvendësim      b me zëvendësim  
c pa zëvendësim  
2 a dhe b



## 3 a Sfera e parë Sfera e dytë


 b  $\frac{21}{50}$ 

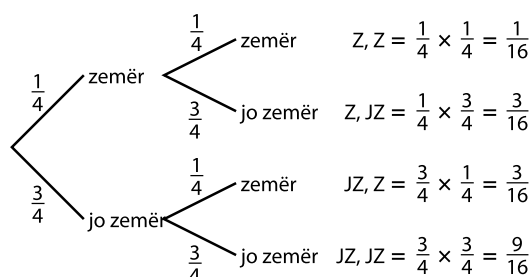
## 4 a Shkumësi i parë me ngjyrë shkumësi i dytë me ngjyrë


 b i  $\frac{15}{32}$ 

 ii  $\frac{25}{64}$ 

 iii  $\frac{55}{64}$ 

## 5 a letra e parë letra e dytë

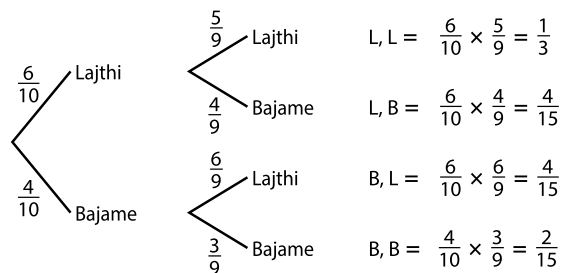

 b  $\frac{1}{16}$ 

 c  $\frac{3}{8}$ 

 6 a  $\frac{3}{5}$ 

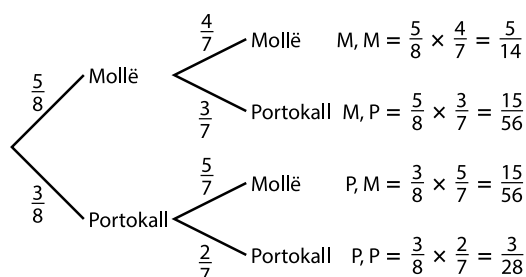
 b  $\frac{5}{9}$ 

## c çokollata e parë çokollata e dytë


 d i  $\frac{8}{15}$ 

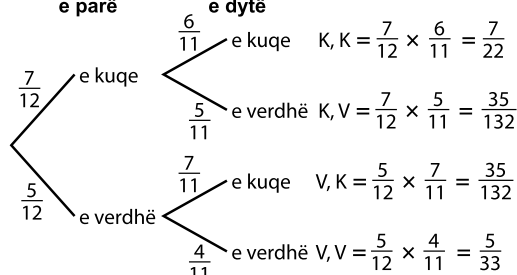
 ii  $\frac{2}{3}$ 

## 7 a Kartoni i parë Kartoni i dytë


 b  $\frac{3}{28}$ 

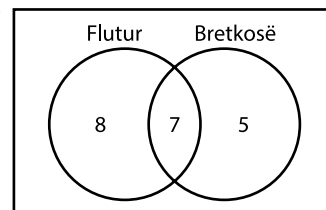
 c  $\frac{15}{28}$ 

## 8 a tullumbacja e parë tullumbacja e dytë


 b  $\frac{31}{66}$ 

 c  $\frac{35}{132}$ 

## 9 a i, ii dhe iii



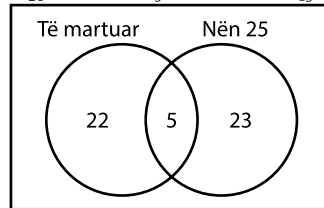
b 20

 c i  $\frac{7}{20}$ 

 ii  $\frac{2}{5}$ 

 d  $\frac{7}{15}$ 

## 10 a


 b  $\frac{27}{50}$ 

 c  $\frac{5}{28}$ 

## 11 a

i {50, 75, 100, 150}

ii {100, 150, 200, 250, 300}

iii {50, 75, 100, 150, 200, 250, 300}

iv {100, 150}

v {50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300}

b i 200 ∈ B

ii 175 ∈ ∅

iii 100 ∈ A ∩ B

## 10 Thello njohuritë

1 Çdo shumëfish i : 2 kuqe, 2 jeshile, 5 blu dhe 1 e verdhë.

2 Shembull: Nëse të dy letrat kanë të njëjtën vlerë, të dy lojtarët përmbysin letrat tjetër. Fitues është ai që përmbysh një letër të kuqe kur lojtari tjetër përmbysh një letër të zezë. Siguroni që çdo rregull i dhënë nga nxënësi të japi të njëjtin probabilitet për lojtarin A dhe lojtarin B.

3 a 0.35

b 20

4 a i 24%

ii 32%

b 111 ditë

c 19.36%

 5  $\frac{1904}{4495}$ 

 6  $\frac{8}{25}$ 

 7 a  $\frac{5}{14}$ 

 b  $\frac{1}{28}$ 

 c  $\frac{2}{7}$ 

 8 a  $\frac{1}{12}$ 

 b  $\frac{1}{12}$ 

 c  $\frac{5}{96}$ 

 d  $\frac{5}{96}$ 

9 51

 10  $\frac{27}{45}$ 

11 a A ∪ B

b B' ∪ A

c B ∩ C ∩ A'

## 10 Test

## Shembull përgjigje nxënësi

a Mungojnë shenjat për të treguar se cilën shije përfaqëson secila degë

b Mungojnë shenjat për të treguar kombinimin që përfaqëson secila llogaritje.

c Duhet të jetë një fjali e cila shpreh qartë përgjigjen e pyetjes.

Kapitulli 11

11 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 260 lekë  
2 6750 lekë  
3 5 minuta  
4 2000 g  
5 shishet 1.5 litër janë më të lira, 0.5 litër kushton 48 lekë; 0.25 litër kushton 24 lekë; 0.75 litër kushton 72 lekë;  
6 a 6 ditë b 3 ditë  
7 a 1:1000 b 1:10 c 1:1000 d 1:60  
e 1:60  
8 a 1.8 m b 280 m c 54.6 km  
9 a 48 inç b 15 ft c 4 ft 10 inç  
10 a 80 ons të lëngshëm b 40 pintë  
c 2 galonë 4 pintë  
11 a 64 km b 30 milje  
12 a 90 minuta b 3000 sekonda  
c 3 orë e 45 minuta  
13 a 406.50 dollarë b 9840 lekë  
14 1 cm = 10 mm; 1 m = 100 cm  
1 cm<sup>2</sup> = 100 mm<sup>2</sup>; 1 m<sup>2</sup> = 10 000 cm<sup>2</sup>  
1 cm<sup>3</sup> = 1000 mm<sup>3</sup>; 1 m<sup>3</sup> = 1 000 000 cm<sup>3</sup>  
15 a  $t = \frac{v - u}{a}$  b  $M = DV$  c  $A = \frac{F}{P}$   
16 a 50 b 104

11.1 Rritja dhe rënia

- 1 a 1.3 b 0.86 c 1.072 d 0.975  
2 a 0.65 b 4225 c 0.85 d 3591.25  
e 0.5525  
3 a  $1.12^3 = 1.404$  (3 shifra dhjetore)  
b  $0.85^4 = 0.522$  (3 shifra dhjetore)  
4 36 949.50  
5 Jo;  $1.15 \times 1.22 = 1.403$ , që është e barabartë me një rritje prej 40.3%.  
6 a 1.0815 b 0.68 c 1.0246  
7 38 024  
8 5412  
9 2719.62 (në qindarkën më të afërt)  
10 3792.88 (në qindarkën më të afërt)  
11 Përgjigjet e vetë nxënësve  
12 232.33 (në qindarkën më të afërt)  
13 a 209.70  
b Cmimi i biletës së trenit para shtrenjtimit ishte 225 : 1.125 = 200, prandaj bileta është rritur me 25. Paga e saj para rritjes ishte 535.50 : 1.05 = 510, kështu që paga e saj është rritur me 25.50. Rritja e pagës është më e madhe se rritja e çmimit të biletës.  
14 3753.67  
15 5 vite  
16 a 1263.5 b 21 orë  
17 a 301  
b Numri i plotë më i afërt  
18 449

11.2 Masa të përbëra

- 1 a 6 b -30 c -0.125  
2 a 16 km/h b 30 km c 3 orë  
3 a 7 orë e 30 minuta b 6 orë e 12 minuta  
4 a 3995.0 lekë b 3 orë  
5 a i 1.5 litra ii 3.75 litra b 40 orë  
6 a 16 km/litër b 4.1 litra (1 shifër dhjetore)  
7 a 0.65 km/h b 7.8 km/h c 256 km/h d 188 km/h  
8 a 3600 m/h b 43 200 m/h c 28 800 m/h  
d 16 200 m/h e Më shumë

metra për sekondë	kilometra për orë
15	54
20	72
30	108
45	162

- 9 900 km/h  
11 Skifteri është më i shpejti. Makina: 350 km/h = 97.2 m/s (1 shifër dhjetore); Skifteri: 388.8 km/h = 108 m/s  
12 a  $\frac{1000x}{3600}$  b  $\frac{3600y}{1000}$   
13 53.8 km/h (1 shifër dhjetore)  
14 26.4 km  
15 1.8 km/h  
16 44.7 m/s (1 shifër dhjetore)  
17 2 m/s<sup>2</sup>  
18 2.5 m/s

11.3 Edhe më shumë masa të përbëra

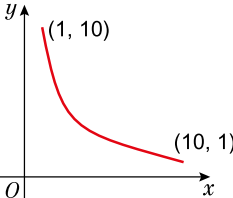
- 1 a 7500 g b 6.25 m<sup>2</sup> c 0.095 m<sup>3</sup>  
2 a  $m = 30$  b  $v = 16$   
3 8.3 g/cm<sup>3</sup>  
4 2.4 g/cm<sup>3</sup>  
5 2047.5 g  
6 675 cm<sup>3</sup>  
7 8 940 000 g/m<sup>3</sup>  
8 2700 kg/m<sup>3</sup>  
9 1000x kg/m<sup>3</sup>  
10 Platini është më i dendur: dendësia e arit = 19.32 g/cm<sup>3</sup>; dendësia e platinës = 21.45 g/cm<sup>3</sup>  
11 1.01 g/cm<sup>3</sup> (2 shifra dhjetore)  
12 17.3 N/m<sup>2</sup> (1 shifër dhjetore)  
13 90 N  
14

Forca	Sipërfaqja	Shtypja
60 N	2.6 m <sup>2</sup>	23.1 N/m <sup>2</sup>
73.0 N	4.8 m <sup>2</sup>	15.2 N/m <sup>2</sup>
100 N	8.33 m <sup>2</sup>	12 N/m <sup>2</sup>

- 15 0.153 N/cm<sup>2</sup>  
16 12 000 N (3 shifra kryesore)  
17 a 784 N b 49 N/cm<sup>2</sup> c 18 375 N/m<sup>2</sup> d ulur  
18 a 500 000 N/m<sup>2</sup> b  $\frac{x}{10000}$  N/m<sup>2</sup>

11.4 Raporti dhe përpjesëtimi

- 1 a B b A c C  
2 a 2 b 3 c 5 d 9  
3 a A dhe D  
b Grafiku i të dhënave në tabelën A me pika të ndërtuara në (2, 8) (4, 16) (6, 24) dhe (8, 32)  
Grafiku i të dhënave në tabelën D e pika të ndërtuara në (2, 10) (4, 20) (6, 30) dhe (8, 40)  
c Vija të drejta d  $A, y = 4x; B, y = 5x$   
4 a  $A = \frac{3}{5}B$  b  $P = \frac{7}{4}Q$  c  $X:Y = 9:5$   
5 a 1:1.6  
b Grafiku me milje në boshtin horizontal dhe kilometra në boshtin vertikal. Pikat e ndërtuara në (8, 10) (10, 16) (15, 24) dhe (20, 32) dhe të bashkuara nga një vijë e drejtë.  
c Po, janë në përpjestim të drejtë. Grafiku është një vijë e drejtë që kalon nga origjina.  
d Koeficienti këndor = 1.6  
e Kilometra = 1.6 × milje  
6 a Po, s është në përpjestim të drejtë me t meqë  $\frac{8}{10} = \frac{16}{20} = \frac{24}{30} = \frac{32}{40} = \frac{40}{50}$   
b  $t = 1.25s$  c 20 milje

- 7 Përgjigjet e vetë nxënësve.
- 8 a Përgjigjet e vetë nxënësve., p.sh.  
Tabela e vlerave:
- |          |   |     |    |    |
|----------|---|-----|----|----|
| <i>x</i> | 0 | 5   | 10 | 20 |
| <i>C</i> | 0 | 6.5 | 13 | 26 |
- Grafiku i ndërtuar nga tabela është një vijë e drejtë që kalon nga origjina, pra kemi përpjestim të drejtë.
- b  $C = 130x$     c 7150 lekë
- 9 2 orë e 9 minuta
- 10 a 6 orë e 40 minuta    b 13 orë e 20 minuta  
c Për të dy pjesët a dhe b,  $H \times N = 40$
- 11
- |          |    |          |           |          |          |
|----------|----|----------|-----------|----------|----------|
| <i>A</i> | 10 | 20       | 14        | <b>2</b> | <b>5</b> |
| <i>B</i> | 14 | <b>7</b> | <b>10</b> | 70       | 28       |
- 12 a I drejtë    b I zhdrejtë    c Asnjëra    d I zhdrejtë  
e I drejtë
- 13 15 amp
- 14 a  $r = \frac{4.5}{t}$     b 1.125
- 15 a
- |          |           |          |          |          |
|----------|-----------|----------|----------|----------|
| <i>x</i> | 1         | 2        | 5        | 10       |
| <i>y</i> | <b>10</b> | <b>5</b> | <b>2</b> | <b>1</b> |
- b     c  $y = 0.5$     d  $y = 20$
- 16 a 960 sekonda    b 560 sekonda

11 Zgjidh problemat

- 1 Fitim prej 23.07
- 2 60 cm
- 3 528 inç per sekondë
- 4 3 orë e 30 minuta
- 5 5.472 ton
- 6 3p

11 Kontrolllo njohuritë

- 1 7200
- 2 38692.8
- 3 6059
- 4 5 vite
- 5 a 342.23    b 6 orë
- 6 320 sekonda
- 7 0.8 g/cm<sup>3</sup>
- 8 a 8050 kg/m<sup>3</sup>  
b 1006.25 g ose 1.00625 kg
- 9 9.375 N/m<sup>2</sup>
- 10 Usain Bolt është më i shpejtë: Usain Bolt: 12.3 m/s = 44.2 km/h;  
Peshkaqeni i bardhë: 11.1 m/s = 40 km/h
- 11 a Po. Vlerat kanë të njëjtin raport.  
b  $E = 1.3P$     c €32.50
- 12 Kur  $d = 8$ ,  $P = 0.8$ , so  $P = 0.1d$   
Kur  $d = 75$ , shtypja në orë bëhet:  
 $75 \times 0.1 = 7.5$  bar.  
Pra më pak se 8.5 bar, prandaj ora do të punojë.
- 13 10.5 amp
- 15 Gara 5 km renditja: Allia, Chaya, Hafsa, Billie  
Gara 10 km renditja: Fion, Daisy, Gracie, Ellie

11 Përpuno njohuritë

Përqindjet

- 1 a 1.2    b 1.09    c 1.037

- 2 a 0.77    b 0.94    c 0.925
- 3 a 1.308    b 1.265    c 0.7238    d 0.8099  
e 1.0304
- 4 6056.30 lekë

5

Viti	Vlera në fillim të vitit	Vlera plus interesin	Vlera në fund të vitit
4	437.09	$437.09 \times 1.03 = 400 \times 1.03^4$	<b>450.20</b>
5	<b>450.20</b>	$450.20 \times 1.03 = 400 \times 1.03^5$	<b>463.71</b>
6	<b>463.71</b>	$463.71 \times 1.03 = 400 \times 1.03^6$	<b>477.62</b>

- 6 6144
- 7 557
- 8 5 vite

Masat e përbëra

- 1 3026.0
- 2 a 3 l/min    b 4 minuta
- 3
- | Metali | Masa (g)    | Vëllimi (cm <sup>3</sup> ) | Dendësia (g/cm <sup>3</sup> ) |
|--------|-------------|----------------------------|-------------------------------|
| Bakër  | <b>1090</b> | 122                        | 8.96                          |
| Plumb  | 450         | <b>39.8</b>                | 11.3                          |
| Mërkur | 110         | 8.15                       | <b>13.5</b>                   |
- 4
- | Forca (N)  | Sipërfaqja (cm <sup>2</sup> ) | Shtypja (N/cm <sup>2</sup> ) |
|------------|-------------------------------|------------------------------|
| <b>104</b> | 13                            | 8                            |
| 48         | 12                            | <b>4</b>                     |
| 65         | <b>5</b>                      | 13                           |
- 5 a **1000** g = 1 kg    b **10 000** cm<sup>2</sup> = 1 m<sup>2</sup>  
c **1 000 000** cm<sup>3</sup> = 1 m<sup>3</sup>
- 6 a i 12 kg    ii 15 000 g  
b i 27 g/cm<sup>2</sup>    ii 450 kg/m<sup>2</sup>  
iii 50 000 kg/m<sup>3</sup>    iv 0.02 g/cm<sup>3</sup>
- 7
- | km/h        | m/h           | m/min      | m/s         |
|-------------|---------------|------------|-------------|
| 18          | <b>18 000</b> | <b>300</b> | <b>5</b>    |
| <b>36</b>   | <b>36 000</b> | <b>600</b> | 10          |
| 24          | <b>24 000</b> | <b>400</b> | <b>6.67</b> |
| <b>57.6</b> | <b>57 600</b> | <b>960</b> | 16          |

Raporti dhe perqindja

- 1  $\vec{E} = 24$ ,  $X = 22.5$ ,  $Y = 30$ ,  $Z = 18$
- 2 200 sekonda
- 3 a Tabela e vlerave:

<i>P</i>	10	25	50	100
<i>E</i>	8	20	40	80

Grafiku i ndërtuar nga vlerat e tabelës; pika të bashkuara me një vijë të drejtë që kalon nga origjina.

- b  $P = 1.25E$
- 4 64 N
- 5  $\vec{E} = 6$ ,  $X = 3$ ,  $Y = 4$ ,  $Z = 4$

11 Thello njohuritë

- 1 a  $T = 25x$     b 375 N    c 24 cm
- 2 1100 N
- 3 a 162 km/h    b 16 m/s<sup>2</sup>    c 10 m/s<sup>2</sup>  
d  $a = \frac{v}{20}$  m/s<sup>2</sup>
- 4  $n = 4$
- 5 a 0.91x    b 8 years
- 6 1078782 lekë
- 7  $1.025 \times 1.015 = 1.040375$  është e barabartë me pak mbi 4% pas 2 viteve, prandaj 2.5% e më pas 1.5% është më e preferueshme se 3.5%.

Kapitulli 12 Përgjigjet

- 8 363g
- 9 a
- | Numri i viteve, $n$ | 0    | 1    | 2    | 3    | 4    |
|---------------------|------|------|------|------|------|
| Vlera, $y$          | 3000 | 3100 | 3200 | 3300 | 3400 |
- b Grafiku i ndërtuar nga vlerat e tabelës; pika të bashkuara me një vijë të drejtë.
- c 3.5 vite
- 10 C
- 11 a Sam është i saktë. Këndi i jashtëm  $x$  numri i brinjëve = konstante, prandaj nëse dyfishojmë numrin e brinjëve, këndi i jashtëm përgjysmohet.
- b  $18^\circ$
- 12 148
- 13 1 orë e 45 minuta

11 Test

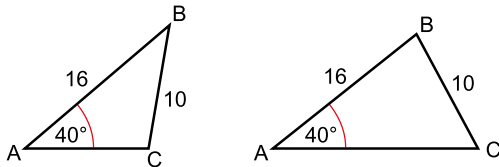
Shembull përgjigje nxënësi

Nxënësi B jep përgjigjen më të saktë pasi ka shkruar një fjali në fund duke iu përgjigjur pyetjes. Gjithashtu është më e lehtë të ndjekësh punën e nxënësit B pasi ka emëruar punën si në rastin e 'International Bank' dhe 'Friendly Bank'.

KAPITULLI 12

12 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a 1.5 b 6.4
- 2 a 36 b 3 c  $\frac{4}{7}$  d 8 e 4 f  $\frac{3}{2}$
- 3 a  $\frac{2}{3}$  b  $\frac{1}{5}$
- 4 a  $x = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$  b  $x = \frac{32}{3} = 10\frac{2}{3}$
- 5 C dhe G
- 6 a 2 b  $\frac{1}{2}$
- 7 a 24 cm b  $20\text{ cm}^2$
- 8 a  $p = r, q = s$  (kënde të kundërt në kulm)  
b  $u = \hat{e}, t = v$  (kënde "F")
- 9 Ndërtimi i saktë i një trekëndëshi. (Nëse ndërtimi është i saktë, këndi ndërmjet segmentit 6 cm dhe atij 8 cm do të jetë  $90^\circ$ .)
- 10 Ndërtimi i saktë i një trekëndëshi.
- 11



12.1 Kongruenca

- 1 A dhe D; C dhe F
- 2  $\alpha = 134^\circ$  (kënde të kundërt në kulm);  $b = 134^\circ$  (kënd "Z" me  $134^\circ$ );  $c = 46^\circ$  (kënd që shtrihet në vijë të drejtë)
- 3 12 cm
- 4 a  $112^\circ$  b 5 cm
- 5 a BKB b Kënddrejtë me njërin katet dhe hipotenuzë të barabartë c BBB d KKB e KKB
- 6 a Kongruent, BKB. A korrespondon me R, B korrespondon me Q, C korrespondon me P.  
b Jo kongruent
- 7 DEF (BBB) dhe GHI (BKB)
- 8 Po, kongruentë, BBB (përdorim teoremën e Pitagorës për të gjetur brinjët e panjohura)
- 9 Jo. Të gjithë trekëndëshat me hipotenuzë 12 cm do të jenë kongruent, dhe të gjithë trekëndëshat ku hipotenuza nuk është 12 cm do të jenë kongruentë.
- 10 a  $\angle EBA = 50^\circ, \angle EAB = 20^\circ, \angle EDC = 20^\circ, \angle CED = 110^\circ$   
b Ky këndet dhe brinja homologe janë të barabarta (KKB).
- 11 a  $119^\circ$  b  $119^\circ$  c  $35^\circ$   
d Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh. Dy këndet dhe brinja

homologe janë të barabarta (KKB), prandaj JKL dhe JML janë kongruentë.

12.2 Vërtetimet geometrike dhe kongruenca

- 1
- 
- 2 a EM b FM c  $\angle EMG$
- 3 a Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh.  $\angle MXT = \angle MZY = 90^\circ$ ; MY është i përbashkët (hipotenuzë);  $MZ = XY$ . Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë. (Kënddrejtë me njërin katet dhe hipotenuzë të barabartë).
- b  $\angle MYZ$
- 4 a Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh. SQ është i përbashkët;  $PQ = SR$ ;  $PS = QR$ . Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BBB).
- b i  $123^\circ$  ii  $28.5^\circ$
- 5 Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh.  $LX = XM$ ;  $XK = XL$ ;  $\angle JXK = \angle LXM$  (kënde të kundërt në kulm). Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BKB).
- 6 Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh. ABCD është romb, prandaj  $\angle ABC = \angle ADC$ ,  $BA = AD$  dhe  $BC = CD$ . Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BKB).
- 7 a  $FG = GH$ ; EG është i përbashkët;  $\angle FEG = \angle GEH = 90^\circ$ . Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (Kënddrejtë me njërin katet dhe hipotenuzë të barabartë).  
b Nëse trekëndëshat janë kongruentë, atëherë  $FE = EH$ , rrjedhimisht  $FE = \frac{1}{2}FH$ .
- 8 SM i përbashkët,  $RS = ST$ ;  $\angle SMR = \angle SMT = 90^\circ$ . Rrjedhimisht trekëndëshat RSM dhe MST janë kongruentë (Kënddrejtë me njërin katet dhe hipotenuzë të barabartë). Nëse trekëndëshat janë kongruentë, atëherë RM dhe MT kanë të njëjtën gjatësi dhe drejtëza SM përgjysmon bazën.
- 9  $PQ = ST$ ;  $\angle QPR = \angle RTS$  (kënde "Z");  $\angle PQR = \angle RST$  (kënde "Z"). Rrjedhimisht trekëndëshat PQR dhe RST janë kongruentë (KKB). Nëse trekëndëshat janë kongruentë, atëherë  $PR = RT$  dhe R është mesi i PT.
- 10 a Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh.  $\angle GDE = \angle GFC$  (kënde "Z");  $DE = CF$ ;  $\angle DEG = \angle FCG$  (kënde "Z"). Rrjedhimisht trekëndëshat DEG dhe CFG janë kongruentë (KKB).  
b Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh.  $\angle DCG = \angle GEF$  (kënde "Z");  $\angle GDC = \angle GFE$  (kënde "Z");  $DC = EF$ . Rrjedhimisht trekëndëshat CDG dhe EFG janë kongruentë (KKB).  
c Trekëndëshat DEG dhe CFG janë kongruentë, prandaj  $DG = FG$ . Trekëndëshat CDG dhe EFG janë kongruentë, prandaj  $CG = GE$ . Rrjedhimisht G është mesi i CE dhe DF.
- 11 a, b
- 
- c BEC, CED, DEA dhe AEB janë kongruentë. BCD, ACD, ABD dhe ABC anë kongruentë.
- d Janë të gjithë të barabarta, rrjedhimisht janë nga  $90^\circ$ .
- e Meqë të 4 trekëndëshat janë kongruentë,  $AE = EC$  dhe  $BE = ED$ , rrjedh se E është mesi i AC dhe BD.
- 12
-

Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh.  $\angle NKO = \angle MLO$  (kënde “Z”);  
 $\angle KNO = \angle MPK$  (kënde “Z”);  $LM = KN$ . Rrjedhimisht trekëndëshat  $KON$  dhe  $LMO$  janë kongruentë (KKB).  
 $\angle OKL = \angle OMN$  (kënde “Z”);  $\angle KLO = \angle ONM$  (alternate angles);  $KL = NM$ . Rrjedhimisht trekëndëshat  $OMN$  dhe  $KOL$  janë kongruentë (KKB).  
Meqë trekëndëshat janë kongruentë,  $KO = MO$ ,  $NO = LO$ , prandaj  $O$  është pika e mesit e diagonaleve.

13  $XY = XZ$  ( $XYZ$  është dybrinjënjëshëm);  $XA = XB$ ;  $\angle BXA$  është i përbashkët. Rrjedhimisht trekëndëshat  $XBY$  dhe  $XAZ$  janë kongruentë. (KKB).

12.3 Ngjashmëria

- 1 a 2 b  $\frac{1}{2}$
- 2 PQ dhe XY, PR dhe XZ, QR dhe YZ
- 3 a  $PQ = 1.5\text{ cm}$ ;  $XY = 3\text{ cm}$ ;  $PR = 1.9\text{ cm}$ ;  $XZ = 3.8\text{ cm}$ ;  
 $QR = 1.6\text{ cm}$ ;  $YZ = 3.2\text{ cm}$   
 $\angle QPR = \angle YXZ = 54^\circ$ ;  $\angle PQR = \angle XYZ = 76^\circ$ ;  
 $\angle QRP = \angle YZX = 50^\circ$   
b Të gjitha janë  $\frac{1}{2}$ .
- 4 a i TU ii UV b  $\frac{4}{9}$  c  $\frac{5}{12}$   
d Raporti i brinjëve homologe nuk janë të barabarta, rrjedhimisht paralelogramët nuk janë të ngjashëm.
- 5 a  $\frac{10.5}{7} = \frac{3}{2}$  b  $\frac{FG}{BA} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$   
c Po; raporti i brinjëve homologe janë të barabarta.
- 6 a Të ngjashëm b Të ngjashëm c Jo të ngjashëm
- 7  $\angle DCB = \angle YX\hat{E} = 155^\circ$   
Të gjitha këndet janë të barabarta, prandaj figurat janë të ngjashme.
- 8 55 cm
- 9 20 cm
- 10 10 m
- 11 a Të gjitha këndet homologe janë të barabarta.  
b 15 cm  
c Të gjithë trekëndëshat kënddrejtë me një kënd të barabartë janë të ngjashëm.  
d 0.5 e sine
- 12 14 cm
- 13 a 6 cm b 2.8 m
- 14 a Po; brinjët homologe kanë të njëjtin raport.  
b Jo; brinjët homologe nuk kanë të njëjtin raport.
- 15 a Secila figurë ka 6 brinjë të barabarta dhe 6 kënde të barabarta, prandaj janë të ngjashme.  
b Po
- 16 a 12.7 cm b 17.7 cm

12.4 Edhe më shumë për ngjashmërinë

- 1 a  $\frac{3}{2}$  b  $\frac{2}{3}$
- 2 a  $\angle EDC = \angle EBA$  (kënde “Z”);  $\angle DCE = \angle EAB$  (kënde “Z”);  
 $\angle CED = \angle AEB$  (kënde të kundërta në kulm). Rrjedhimisht të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.
- 3 a  $\angle RPQ = \angle RTS$  (kënde “Z”);  $\angle PQR = \angle RST$  (kënde “Z”);  
 $\angle PRQ = \angle SRT$  (kënde të kundërta në kulm). Rrjedhimisht të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.  
b 10 cm
- 4 a  $\angle F$  është i përbashkët;  $\angle FGH = \angle FJK$  (kënde “F”);  
 $\angle FHG = \angle FJK$  (kënde “F”). Rrjedhimisht të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.  
b 60 mm c 64 mm
- 5 a  $\angle PQN = 52^\circ$ ;  $\angle LMN = 102^\circ$   
b  $\angle L$  i përbashkët;  $\angle MNL = \angle PQN$  (kënde “F”);  
 $\angle LMN = \angle MPQ$  (kënde “F”). Rrjedhimisht të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.  
c 44 cm d 22 cm e 18 cm
- 6 308 m i gjatë
- 7 Perimetri = 54 m; syprina = 135 m<sup>2</sup>
- 8 28800 cm<sup>2</sup>

- 9 Perimetri = 5 cm; syprina = 2.1 cm<sup>2</sup>
- 10 a 18 cm b 7.5 cm
- 11 5 cm
- 12 a 24 cm<sup>2</sup> b 54 cm<sup>2</sup>
- 13 12 cm, 15 cm, 19.2 cm
- 14 a 4 b 2 c 21 cm
- 15 30 cm

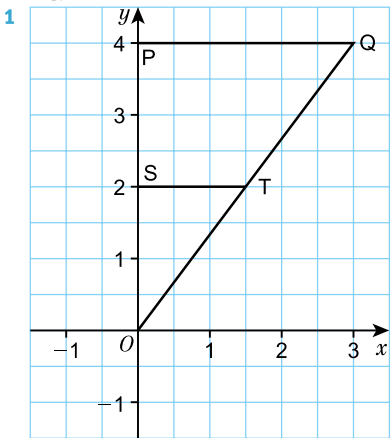
12.5 Ngjashmëria në trupat tripërmasorë

- 1 a 5 b  $\frac{4}{3}$
- 2 1500 cm<sup>3</sup>
- 3

Faktori i zmadhimit linear	Vëllimi A	Vëllimi B	Faktori i zmadhimit të vëllimit
2	2	16	8
k	24	24k <sup>3</sup>	k <sup>3</sup>

- 4 96 cm<sup>3</sup>
- 5 405 cm<sup>3</sup>
- 6 60 cm<sup>3</sup>
- 7 7.5 cm
- 8 a 21 cm b 6 cm
- 9 a 125 b 5 c 25 d 1500 cm<sup>2</sup>
- 10 563 cm<sup>2</sup>
- 11 4220 cm<sup>2</sup>
- 12 Faktori i zmadhimit të syprinës =  $\frac{92}{207} = \frac{4}{9}$ .  
Prandaj faktori i zmadhimit linear =  $\frac{2}{3}$  dhe faktori i zmadhimit të vëllimit =  $\frac{8}{27}$ .  
Vëllimi i konit B =  $837 \times \frac{8}{27} = 248\text{ cm}^3$
- 13 a 640 cm<sup>3</sup> b 40 cm<sup>2</sup>
- 14 8.44 litra
- 15 Të gjitha brinjët në kubet janë të njëjta, prandaj të gjithë kubet kanë raport të njëjtë brinjësh. Kjo gjë mund të variojë për kuboidet.

12 Zgjidh problemat



- 1  $\frac{PQ}{ST} = \frac{OP}{OS} = \frac{OQ}{OT} = 2$ . Të gjithë brinjët homologe janë të barabarta, rrjedhimisht, trekëndëshat  $OPQ$  dhe  $OST$  janë të ngjashëm.
- 2 7.2 m
- 3 1 m
- 4 a 60°  
b Vërtetim duke përdor BBB ose BKB për të treguar që trekëndëshat janë kongruentë.
- 5 Këndet e brendshme të trekëndëshit janë 84°, 48° dhe 48°. Dy kënde janë të barabarta, prandaj trekëndëshi është dybrinjëshëm.
- 6 Një shkallë e gjatë 8 m e vendosur mbi një mur 7.8 m është 1.77 m (2 shifra dhjetore) larg nga baza e murit. rregulli 4 me 1 kërkon që të jetë 1.95 m larg.

12 Kontrolllo njohuritë

- 1 A dhe C janë kongruentë (BKB)
- 2 a, b Një vërtetim të përshtatshëm duke përdorur një nga BBB, BKB, RHS, p.sh.  $\angle JHK = \angle HKL$ ;  $\angle JKH = \angle LHK$ ; HK i përbashkët. Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (KKB).
- 3 a Të gjithë brinjët homologe kanë të njëjtin raport (koeficienti i ngjashmërisë 2).  
b Këndet e panjohura janë  $58^\circ$  dhe  $35^\circ$ , rrjedhimisht të gjithë këndet janë të barabarta dhe trekëndëshat janë të ngjashëm.
- 4 a 20 cm      b 18 cm
- 5 a  $\angle A$  i përbashkët;  $\angle EBA = \angle DCA$  (kënde "F");  $\angle EDC = \angle AEB$  (kënde "F"). Të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.  
b  $CD = 32$  cm
- 6 a  $\angle PQR = \angle RST$  (kënde "Z");  $\angle QPR = \angle RTS$  (kënde "Z");  $\angle PRQ = \angle SRT$  (kënde të kundërta në kulm). Të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm  
b  $x = 40$  cm;  $y = 19.5$  cm
- 7 Sipërfaqja =  $200 \text{ cm}^2$ ; perimetri =  $55.2$  cm
- 8  $2580.5 \text{ cm}^3$
- 9  $519 \text{ cm}^3$
- 11 Trekëndëshat kënddrejtë me kënd  $45^\circ$  janë të ngjashëm, dhe  $\tan 45 = 1$   
Trekëndëshat kënddrejtë me një kënd  $60^\circ$  janë të ngjashëm, dhe  $\cos 60 = 0.5$

12 Përpuno njohuritë

Kongruenca

- 1 D
- 2 A dhe C
- 3 Drejtëndësh, paralelogram, balonë, trekëndësh dybrinjënjëshëm
- 4 a BBB      b RHS      c KKB
- 5 a Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh. KM i përbashkët, LM = NM, KN = KL. Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BBB).  
b LN i përbashkët por brinjët homologe nuk kanë të njëjtin raport.

Ngjashmëria në figurat dy përmasore

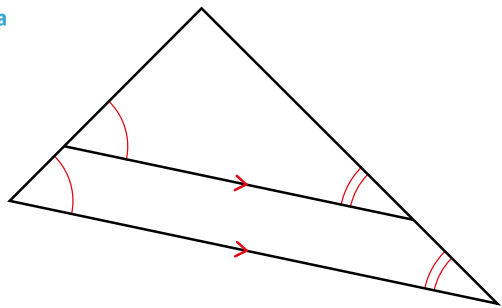
- 1 a i AB dhe ED, DF dhe BC, AC dhe EF  
ii  $\angle ABC = \angle EDF$ ,  $\angle ACB = \angle EFD$ ,  $\angle CAB = \angle FED$   
b i IK dhe IJ, GI dhe HI, GK dhe HJ  
ii  $\angle IJH = \angle IKG$ ,  $\angle KIG = \angle JIH$ ,  $\angle IJH = \angle IKG$   
c i LM dhe OP, MN dhe PQ, LN dhe OQ  
ii  $\angle OPQ = \angle LMN$ ,  $\angle POQ = \angle MLN$ ,  $\angle PQO = \angle MNL$   
d i SR dhe MU, ST dhe MT, RT dhe UT  
ii  $\angle RST = \angle UMT$ ,  $\angle SRT = \angle MUT$ ,  $\angle STR = \angle MTU$

- 2 a      c  $x = 10$ ,  $y = 4$

C	D	$\frac{C}{D}$
3	6	$\frac{1}{2}$
5	$x$	$\frac{5}{x}$
$y$	8	$\frac{y}{8}$

- 3 1.5 cm
- 4  $a = 4$  cm,  $b = 20$  cm,  $c = 12$  cm,  $d = 6$  cm
- 5 C dhe E
- 6 a i Kënde "Z"      ii Kënde "Z"  
iii Kënde të kundërta në kulm.  
b Trekëndëshat janë të ngjashëm.  
c Këndet "Z" dhe "F" kanë të njëjtën madhësi.  
d  $x = 10$  cm,  $y = 11$  cm

7 a



- b  $\angle ACB = \angle AED$  (kënde "F");  $\angle ABC = \angle ADE$  (kënde "F");  $\angle CAB = \angle EAD$  (kënd i përbashkët).  
Të tre këndet janë të barabarta, prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm
- c Vizatimet e vetë nxënësve.
- d Koeficienti i ngjashmërisë  $= \frac{5}{4}$ .  $BD = 13$  cm,  $ED = 80$  cm
- 8 a Vizatimi i drejtëndëshit A (2 me 5)  
b Vizatimi i drejtëndëshit A B (4 me 10)  
c Perimetri i A = 14, perimetri i B = 28  
d Koeficienti i ngjashmërisë është 2.  
e Vizatimi i drejtëndëshit A C (6 me 15)  
f 42
- 9 a 5      b 60 cm
- 10 Koeficienti i ngjashmërisë është 4 =  $2^2$
- 11  $150 \text{ cm}^2$ .

Ngjashmëria në trupat tre-dimensionale

- 1 a 8      b Faktori :  $8 = 2^3$       c 3  
d Faktori :  $27 = 3^3$  e Përgjigjet e vetë studentëve.
- 2 a 9      b 3      c 27      d  $337.5 \text{ cm}^3$

12 Thello njohuritë

- 1 a Vizatimet e vetë nxënësve      b 20 cm
- 2 a  $\angle JAK = \angle BAC$  (kënd i përbashkët);  $\angle AKJ = \angle ACB$ ;  $\angle AJK = \angle ABC$  (sepse shuma e këndeve të trekëndëshit =  $180^\circ$ ).  
Të gjithë këndet janë të barabarta prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.  
b 18 cm      c 5.4 cm
- 3  $1.5 \text{ cm}^2$
- 4 41 cm
- 5  $675 \text{ cm}^2$
- 6  $53.76 \text{ kg}$
- 7 1.5 cm
- 8 a  $13291.25 \text{ cm}^3$       b 75
- 9 Një vërtetim të përshtatshëm, p.sh. AEB është dybrinjënjëshëm ( $AE = BE$ ) rrjedhimisht  $\angle EAB = \angle EBA$ .  
Si kënde "Z",  $\angle EAB = \angle ECD$  dhe  $\angle EBA = \angle EDC$  prandaj trekëndëshi CDE është dybrinjënjëshëm.  
Prandaj  $AC = BD$  (brinjët homologe janë të barabarta)  
Si kënde "Z",  $\angle AGF = \angle FDC$  dhe  $\angle BHI = \angle JCD$ , prandaj  $\angle FDE = \angle JCE$ . Rrjedhimisht, sipas KKB, ne e dimë që trekëndëshat ACH dhe BDG janë kongruentë.
- 10 30.8 cm
- 11 a 18 cm      b  $1350\pi \text{ cm}^3$       c  $400\pi \text{ cm}^3$   
d  $950\pi = 2980 \text{ cm}^3$  me 3 shifra kryesore
- 12  $3500 \text{ cm}^3$
- 13  $AD = AB$  dhe  $AE = AG$ ;  $\angle EAB = \angle DAG = 90^\circ + \angle DAE$ .  
Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë. (BKB).
- 14 Koeficienti i ngjashmërisë  $= \frac{(x^2 - 1)}{2(x - 1)} = \frac{(x + 1)(x - 1)}{2(x - 1)} = \frac{x + 1}{2}$   
Faktori i syprinës  $= \left(\frac{x + 1}{2}\right)^2$   
Syprina e B-së  $= 8 \times \left(\frac{x + 1}{2}\right)^2 = \frac{8(x^2 + 2x + 1)}{4} = 2x^2 + 4x + 2$

## 12 Test

## Shembull përgjigje nxënësi

- a Duke vizatuar trekëndëshat afër njëri-tjetrit, e bën më të lehtë për të gjetur këndet homologe e për t'i krahasuar nëse janë të barabarta. Gjithashtu, shmangët konfuzioni me pjesët e tjera të diagramit.
- b Nxënësi ka shpjeguar qartë dhe veçmas çdo hap të përgjigjes për të treguar se si ka gjetur vlerën e çdo këndi dhe në fund ka formuluar një përmblendje të vërtetimit.

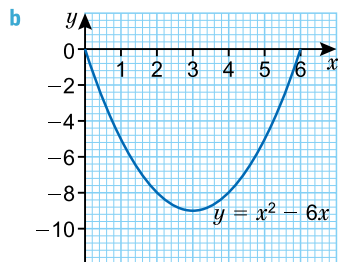
## KAPITULLI 13

## 13 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a 1.5 b 5.8  
2 13.3  
3 5.62  
4 22.0  
5 104.5°  
6 a 2 b  $\sqrt{2}$   
7 a 30.5° b 38.7°  
8 a 35.0 cm b 12.4 cm  
9 21 cm<sup>2</sup>

10 a

x	0	1	2	3	4	5	6
y	0	-5	-8	-9	-8	-5	0



c  $x = 1$  ose  $x = 5$

11 16

## 13.1 Saktësia

Sqarim: UB = kufi i sipërm; LB = kufi i poshtëm

- 1 a UB:  $y = 3.65$ ; LB:  $y = 3.55$  b UB:  $z = 9.25$ ; LB:  $z = 9.15$   
c UB:  $x = 33.7625$  d LB:  $x = 32.4825$   
2 a UB:  $y = 1.25$ ; LB:  $y = 1.15$  b UB:  $z = 0.45$ ; LB:  $z = 0.35$   
c UB:  $x = \frac{25}{7}$  d LB:  $x = \frac{23}{9}$   
3 a i 7.45 cm ii 8.65 cm b 11.416 (3 shifra dhjetore)  
c i 7.35 cm ii 8.55 cm d 11.274 (3 shifra dhjetore)  
4 a LB = 42.922° (3 shifra dhjetore); UB = 45.136° (3 shifra dhjetore)  
b LB për  $x$  jep UB për  $\cos x$  dhe UB për  $x$  jep LB për  $\cos x$   
5 a UB:  $x = 29.949$ ; LB:  $x = 29.846$   
b  $x = 30^\circ$  (në gradën më të afërt)  
6 a UB:  $x = 30.172$ ; LB:  $x = 29.155$   
b  $x = 30^\circ$  (në 10-gradën më të afërt)  
7 UB:  $x = 7.938$ ; LB:  $x = 7.757$   
8 UB:  $x = 275.213$ ; LB:  $x = 223.811$   
9 UB:  $x = 3.187$ ; LB:  $x = 3.110$

## 13.2 Grafiku i funksionit sinus

- 1 a 1 b 0.6  
2 0.28  
3 a 0.6 b 0.4 c -0.2 d -0.8  
4 a 1 b -1 c  $0^\circ, 180^\circ$ , etj.  
5 150°  
6 a Zbritës nga 1 te 0 b Zbritës nga 0 te -1  
c Rritës nga -1 e 0  
7 a i 1 ii 0.96  
b Simetri boshtore sipas drejtëzës  $x = 90^\circ$   
d i 120° ii 135° iii 180° iv 150°  
e Përgjigjet nga 12° to 18°

8 Simetri rrotulluese e gradës së dytë rreth (180, 0)

9 a Grafiku i nxënësve i  $y = \sin x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 540^\circ$

b i 0 ii 1 c i  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ii  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d Grafiku përsëritet, prandaj  $\sin 420^\circ$  është njësoj sa  $\sin 60^\circ$ . Grafiku është simetrik ndërmjet  $x = 360^\circ$  dhe  $x = 540^\circ$ , prandaj  $\sin 480^\circ = \sin 420^\circ$ .

10 a 210°, 330°, 570°, 690° b 240°, 300°, 600°, 660°

11 A(90, 1), B(180, 0), C(270, -1), D(360, 0)

12 18.2°, 161.8°, 378.2°, 521.8°

13 56.4°, 123.6°, 416.4°, 483.6°

## 13.3 Ndërto grafikun e funksionit kosinus

1 a 0.8 b 0.96

2 a 0.4 b -0.6

3 300°

4 330°

5 a Zbritës nga 0 te -1

b Rritës nga -1 te 0

c Rritës nga 0 te 1

6 a i -0.5 ii -1

b Simetri boshtore sipas drejtëzës  $x = 180^\circ$

c i 300° ii 270°

iii 240° iv 360°

7 a Grafiku i nxënësve i  $y = \cos x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$

b i 0.5 ii -0.5

c i  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  ii  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8 a 60°, 300°, 420°, 660°

b 150°, 210°, 510°, 570°

9 A(90, 0), B(180, -1), C(360, 1)

10 a 35.9°

b Grafiku i nxënësve i  $y = \cos x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$

c 35.9°, 324.1°, 395.9°, 684.1°

11 117.0°, 243.0°, 477.0°, 603.0°

## 13.4 Funksioni tangent

1 a 1 b 0.225

2 a 0.6 b 0.6

c -1.2 d 1.5

3 240°

4 a 315° b 135°

5 a zbritës nga 0 në minus infinit

b rritës nga 0 në infinit

c zbritës nga 0 në minus infinit

6 a Çdo 180° b i 1.7 ii -1.7

c Simetri rrotulluese e gradës së dytë rreth (180, 0)

d i 240° ii 280° iii 300°

7 a Grafiku i nxënësve i  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 540^\circ$

b i 0 ii 1

c i  $\sqrt{3}$  ii  $-\sqrt{3}$

8 a 45°, 225°, 405°, 585° b 135°, 315°, 495°, 675°

9 a 74.7°

b Grafiku i nxënësve i  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$

c 74.7°, 254.7°, 434.7°

10 75.7°, 255.7°, 435.7°, 615.7°

11 a Grafiku i nxënësve i  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$

b 30°, 210°, 390°, 570°

## 13.5 Njehsimi i syprinave dhe rregulli i sinusit

1 a  $A = \pi r^2$  b  $A = \frac{\pi r^2}{2}$  c  $A = \frac{\pi r^2}{4}$  d  $A = \frac{\pi r^2}{3}$

2 3.38 cm (3 shifra kryesore)

3 a  $h = p \sin \theta$  b  $A = \frac{1}{2} p q \sin \theta$

4 a 36.8 cm<sup>2</sup> b 1.54 m<sup>2</sup>

5 7.99 cm (3 shifra kryesore)

6 a 12.45 cm<sup>2</sup> (2 shifra dhjetore) b 20.73 cm<sup>2</sup> (2 shifra dhjetore)

c 8.27 cm<sup>2</sup> (2 shifra dhjetore)

7 119 m<sup>2</sup> (3 shifra kryesore)

8 a 118.0° b 28.8 mm<sup>2</sup>

9 164 cm<sup>2</sup>

10 a 22.9 cm b 25.5 cm c 47.6 m d 14.7 m



Kapitulli 13 Përgjigjet

- 11 a  $48.2^\circ$     b  $19.8^\circ$     c  $68.9^\circ$     d  $55.2^\circ$   
12 a  $11.3\text{ cm}$     b  $38.7^\circ$   
13  $59.0^\circ$  ose  $121.0^\circ$   
14  $75.4^\circ$  ose  $104.6^\circ$

13.6 Teorema e kosinuset dhe problema trigonometrike në plan (2D)

- 1 a  $067^\circ$     b  $247^\circ$   
2 5.05  
3  $23.4\text{ cm}^2$   
4 a  $8.43\text{ cm}$     b  $8.15\text{ cm}$     c  $21.1\text{ cm}$     d  $12.5\text{ m}$   
5 a  $59.6^\circ$     b  $151.3^\circ$     c  $99.1^\circ$     d  $82.4^\circ$   
6  $106.3^\circ$   
7 a  $15.4\text{ cm}$     b  $26.6^\circ$     c  $93.7\text{ cm}^2$   
8  $113^\circ$   
9 a  $16.6\text{ km}$     b  $291^\circ$   
10 a  $56.3^\circ$     b  $110.8^\circ$   
11  $12.7\text{ cm}$

13.7 Zgjidhje problemash në hapësirë (3D)

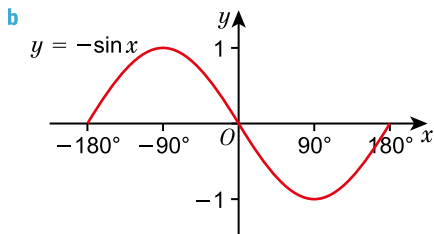
- 1 a  $65.0^\circ$     b  $36.7^\circ$     c  $60.9^\circ$   
2 a  $6.37\text{ cm}$     b  $65.6\text{ cm}$   
3 a i  $15\text{ cm}$     ii  $20.5\text{ cm}$     iii  $16.6\text{ cm}$     iv  $20.5\text{ cm}$   
b  $43.0^\circ$     c  $43.0^\circ$     d  $35.8^\circ$   
4  $19.1^\circ$   
5 a  $10.3\text{ cm}$     b  $6.65\text{ cm}$     c  $109.6^\circ$   
6 a i  $22.6\text{ cm}$  (3 shifra kryesore)    ii  $11.3\text{ cm}$  (3 shifra kryesore)  
iii  $21.2\text{ cm}$  (3 shifra kryesore)  
b  $62^\circ$     c  $21^\circ$   
7 a  $19.8\text{ cm}$     b  $238\text{ cm}^2$   
8  $32^\circ$

13.8 Transformim grafikësh trigonometrikë 1

- 1 a  $\frac{\sqrt{3}}{2}$     b  $\frac{1}{\sqrt{3}}$     c  $\frac{1}{\sqrt{2}}$     d 0  
e 0    f  $\sqrt{3}$   
2 a Grafiku i nxënësve i  $y = \sin x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
b Grafiku i nxënësve i  $y = \cos x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$   
c Grafiku i nxënësve i  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

3 a

	$x$	$\sin x$	$-\sin x$
A	$-180^\circ$	0	0
B	$-150^\circ$	-0.5	0.5
C	$-90^\circ$	-1	1
D	$-30^\circ$	-0.5	0.5
E	$30^\circ$	0.5	-0.5
F	$90^\circ$	1	-1
G	$150^\circ$	0.5	-0.5
H	$180^\circ$	0	0



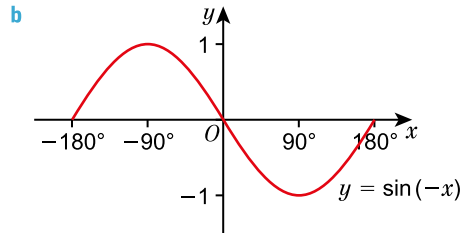
c Pasqyrim sipas boshtit të x-it.

4 a

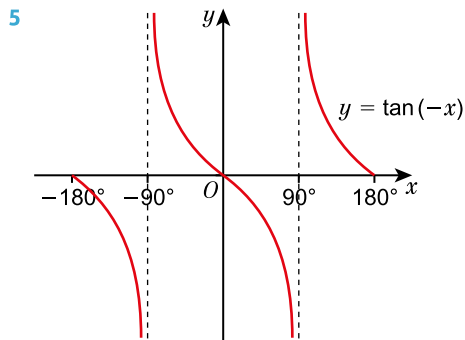
	$x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\sin(-x)$
A	$-180^\circ$	0	0	0
B	$-150^\circ$	-0.5	0.5	0.5
C	$-90^\circ$	-1	1	1

4 a

	$x$	$\sin x$	$-\sin x$	$\sin(-x)$
D	$-30^\circ$	-0.5	0.5	0.5
E	$30^\circ$	0.5	-0.5	-0.5
F	$90^\circ$	1	-1	-1
G	$150^\circ$	0.5	-0.5	-0.5

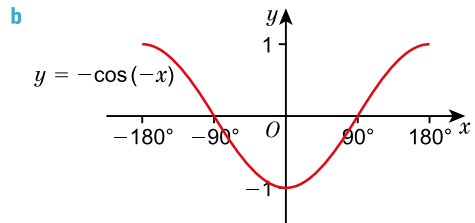
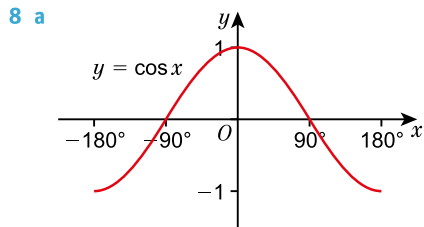


c Pasqyrim sipas boshtit të y-it.

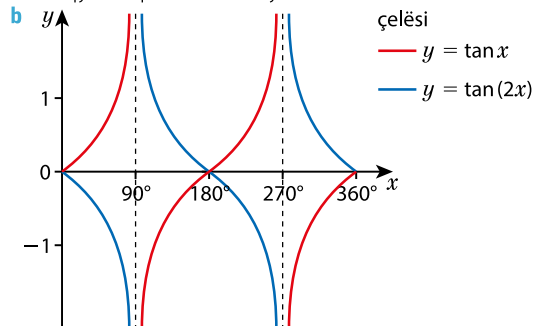


6 a Pasqyrim sipas boshtit të y-it. b I njëjti grafik si  $y = \sin x$

7 Grafiku ka simetri rrotulluese të gradës së dytë rreth origjinës.

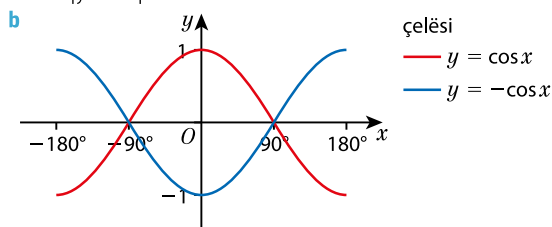
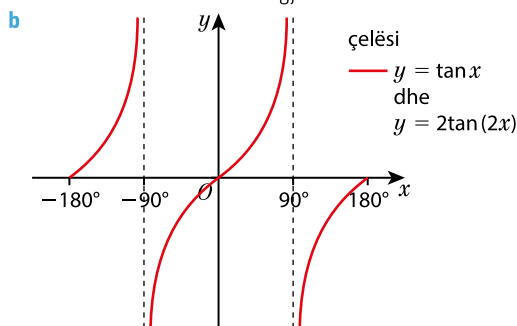


9 a Pasqyrim sipas boshtit të y-it





10 a Pasqyrim sipas boshtit të x-it.


 11 a Rrotullim me  $180^\circ$  rreth origjinës


12 P(90, -1), Q(360, 0), R(450, -1)

### 13.9 Transformim grafikësh trigonometrikë 2

1 a (30, 2.5) b (30, 2)

 2 a, b, c Grafikët e nxënëseve d Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0.5 \end{pmatrix}$ 

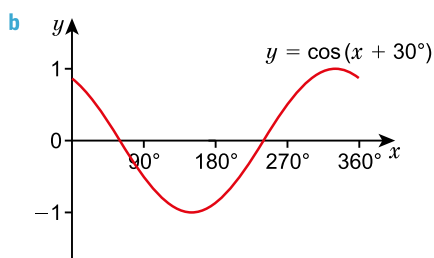
e, f Grafikët e nxënëseve

 g Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 0 \\ -0.5 \end{pmatrix}$  h  $y = \sin x - 0.5$ 

 3 a  $y = \cos x - 1$  b  $y = \sin x + 1$  c  $y = \tan x + 2$ 

4 a

$x$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\cos(x + 30^\circ)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$


 c Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -30 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

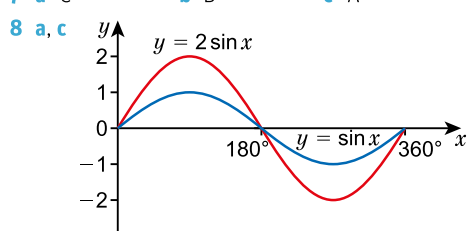
 5 a Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -60 \\ 0 \end{pmatrix}$  b Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -20 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

 c Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 30 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

 6 a Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -40 \\ 0 \end{pmatrix}$  b Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -30 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

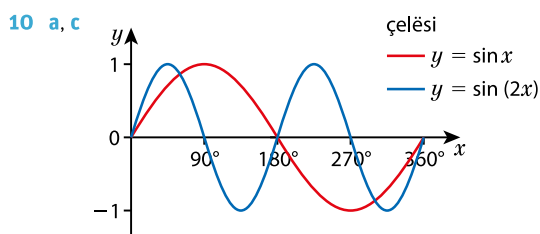
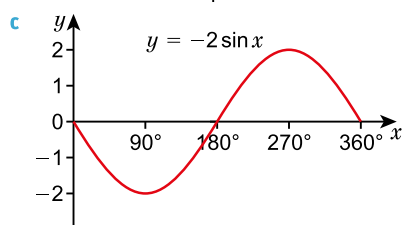
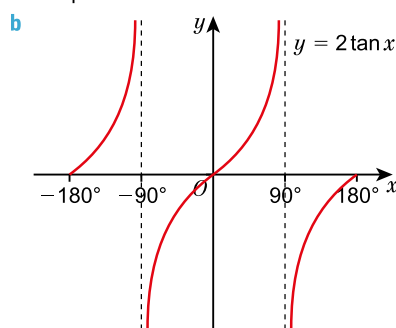
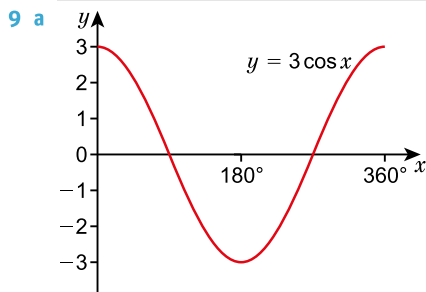
 d Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 60 \\ 0 \end{pmatrix}$ 

7 a C b B c A



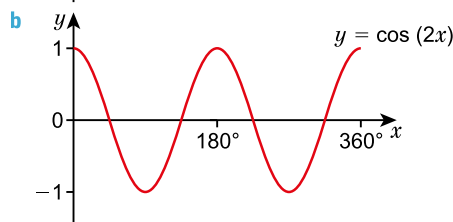
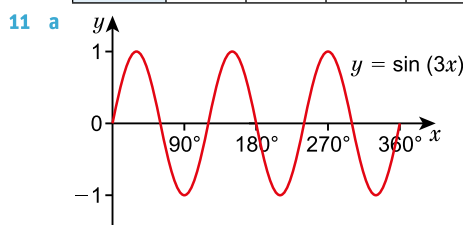
b

$x$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$
$\sin x$	0	0.5	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$2\sin x$	0	1	$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{3}$

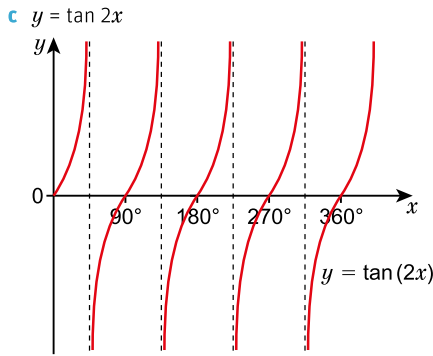


b

$x$	$0^\circ$	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$
$\sin(2x)$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$



Kapitulli 13 Përgjigjet



12 a (180, 0)      b (270, -1)      c  $a = 2, b = 3, c = 1$

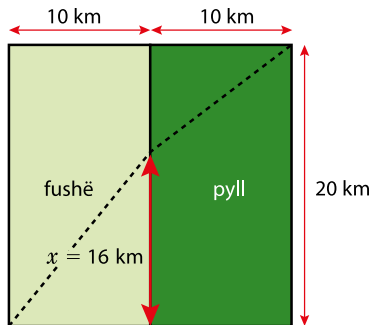
13 Zgjidh problemat

1 Distanca e A (ose B) nga qendra e katrorit është

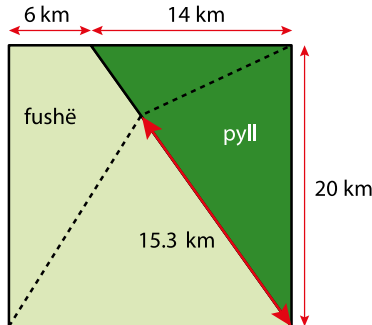
$10\sqrt{2}$  km. Koha që i duhet në orë është  $\frac{10\sqrt{2}}{5}$  përgjatë fushës dhe

$\frac{10\sqrt{2}}{2}$  përgjatë pyllit. Në total është  $7\sqrt{2} = 9.90$  orë, ose 9 orë dhe 54 minuta, në minutën më të afërt.

2 Përgjigjet e vetë studentit p.sh. rruga e treguar do të zgjasi 9 orë dhe 10 minuta në minutën më të afërt. ( $12.88 \text{ km} < x < 19.57 \text{ km}$ )



3 Koha më e shpejtë e mundshme është 9 orë dhe 8 minuta në minutën më të afërt.



13 Kontrolllo njohuritë

Shënim: VM = vlera më e madhe; VV = vlera më e vogël

1  $7.96 \text{ m}^2$

2 a 16.0 cm      b 4.61 cm

3 a  $71.7^\circ$       b  $20.0^\circ$

4 VM:  $x = 4.5939 \text{ m}$  (4 shifra dhjetore); VV:  $x = 4.4151 \text{ m}$  (4 shifra dhjetore);  $x = 4.5 \text{ m}$  (në 0.5-metër më të afërt)

5 Grafiku i nxënësve i  $y = \tan \theta$  për intervalin  $-360^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

6  $66^\circ, 294^\circ$

7 a B      b C      c A

8  $19.5^\circ, 160.5^\circ, 379.5^\circ, 520.5^\circ$

9 23.3 cm (1 shifër dhjetore)

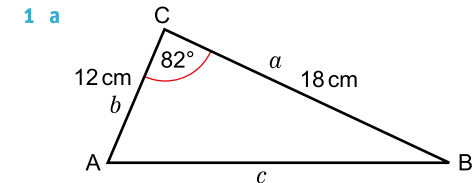
10 a 15.2 cm      b 11.3 cm

12 p.sh.  $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$

13 Përpuno njohuritë

Saktësi dhe 2D -- Zgjidh problemat

Shënim: VM = vlera më e madhe; VV = vlera më e vogël



b  $107 \text{ cm}^2$  (3 shifra kryesore)

2 a  $39.6 \text{ cm}^2$       b  $166 \text{ cm}^2$  (3 shifra kryesore)

3 a Trekëndësh i emërtuar saktë

b  $\frac{x}{\sin 35^\circ} = \frac{16}{\sin 56^\circ}$       c 11.1 (3 shifra kryesore)

4 a 25.4 m      b 13.3 m

5 a Trekëndësh i emërtuar saktë

b  $\frac{\sin \theta}{31} = \frac{\sin 146^\circ}{74}$       c  $13.5^\circ$  (1 shifër dhjetore)

6 a  $50.9^\circ$  (1 shifër dhjetore)      b  $25.0^\circ$  (1 shifër dhjetore)

7 a Trekëndësh i emërtuar saktë

b  $x^2 = 23^2 + 37^2 - 2 \times 23 \times 37 \times \cos 48^\circ$

c 27.6 cm (3 shifra kryesore)

8 a 68.0 m (3 shifra kryesore)      b 61.6 m (3 shifra kryesore)

9 a Trekëndësh i emërtuar saktë

b  $\cos \theta = \frac{25^2 + 32^2 - 41^2}{2 \times 25 \times 32}$       c  $91.1^\circ$

10 a  $120.9^\circ$       b  $27.7^\circ$

11 a

	Vlera më e madhe	Vlera më e vogël
5.7	5.75	5.65
23	23.5	22.5

b VM = 0.3987; VV = 0.3827

c 5.65, 23.5      d 5.75, 22.5

12 VM = 10.7294; VV = 9.6295

Grafiku i funksioneve trigonometrike

1 a

x	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
sin x	0	0.17	0.34	0.5	0.64	0.77	0.87	0.94	0.98	1

b Grafiku i vetë nxënësve i  $y = \sin x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$

c, d Grafiku i vetë nxënësve i  $y = \sin x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

2 a

x	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°
tan x	0	0.18	0.36	0.58	0.84	1.19	1.73	2.75	5.67

b Grafiku i vetë nxënësve i  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 80^\circ$

c  $\tan x$  rritet shpejt drejt infinitit

d, e, f Students' graph of  $y = \tan x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$

3  $126^\circ$  ose  $234^\circ$  (nga grafiku)

4

x	0°	30°	90°
sin x	0	0.5	1
sin 2x - 1	-1	$\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$	-1
2sin x - 1	-1	0	-1

b i  $y = \sin x$ , faktor zmadhimi 2 në drejtimin vertikal, zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

ii  $y = \cos x$ , faktor zmadhimi 2 në drejtimin vertikal

iii  $y = \sin x$ , faktor zmadhimi  $\frac{1}{2}$  në drejtimin horizontal, zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

c i B      ii A      iii C

- 5 a  $\cos x = \frac{3}{4}$   
b Grafiku i vetë nxënësve i  $y = \cos x$  për intervalin  $0^\circ \leq x \leq 720^\circ$   
c  $41.4^\circ$   
d  $41.4^\circ, 318.6^\circ, 401.4^\circ, 678.6^\circ$

Zgjidh problemat në 3D

- 1 a Vizatimi i vetë nxënësve të trekëndëshit CDG:  $CG = 25$  cm;  $CD = 21$  cm;  $\angle GCD = 90^\circ$   
b 32.6 cm (3 shifra kryesore)  
c Vizatimi i vetë nxënësve të trekëndëshit DFG:  $FG = 7$  cm,  $DG = 32.6$  cm,  $\angle FGD = 90^\circ$   
d  $12.1^\circ$   
2 a Vizatimi i vetë nxënësve të trekëndëshit ABC:  $AB = 11$  cm,  $AC = 11$  cm,  $\angle BAC = 56^\circ$   
b 10.3 cm (3 shifra kryesore)  
c Vizatimi i vetë nxënësve të trekëndëshit BCD:  $BC = 10.3$  cm,  $CD = 10$  cm,  $BD = 12$  cm  
d  $72.3^\circ$

13 Thello njohuritë

- 1 a 11.7 cm (3 shifra kryesore)  
b Njësoj si teorema e Pitagorës.  
2 a  $\frac{1}{2}ab \sin C$   
b  $\frac{1}{2}ac \sin B, \frac{1}{2}bc \sin A$   
c Çdo shprehje duhet të ketë të njëjtën vlerë, prandaj  
 $\frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}ac \sin B$   
 $ab \sin C = ac \sin B$   
 $b \sin C = c \sin B$   
 $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$   
3  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$   
4 a  $a^2 = h^2 + b^2 - 2bx + x^2$  b  $c^2 = h^2 + x^2$   
c Duke zëvendësuar për  $h^2 + x^2$  në pikën a na jep  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bx$   
d  $x = \cos A$ , so  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bccos A$   
5  $116^\circ$   
6 a Grafiku i vetë nxënësve i  $y = \sin x$   
b i 0.7 (nga grafiku) ii 0.7 (nga grafiku)  
c Përgjigjet janë të njëjta.  
d Grafiku është simetrik sipas  $x = 90^\circ$ .

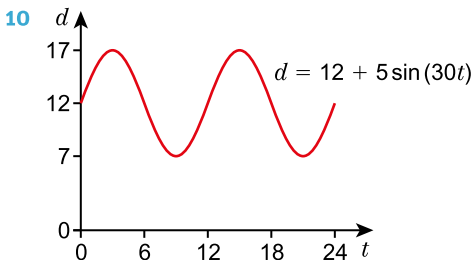
7  $\frac{\pi r^2}{3} - \frac{\sqrt{3}r^2}{4}$

8  $1 + \sqrt{5}$



b

$x$	$0^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$
$\sin(\frac{x}{2})$	0	0.5	0.7	0.9



- 11  $1130 \text{ cm}^3$   
12  $33.6^\circ$

- 13 a  $x = 5$  b  $k = 10$

13 Test

Shembull përgjigje nxënësi

Nxënësi ka supozuar gabimisht se trekëndëshi është kënddrejtë.

Kapitulli 14

14 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a 5% b 112 c 50  
2 5:25  
3 81  
4 a I vazhdueshëm b Diskret c Kategorik  
d I vazhdueshëm e Diskret  
5 a Mesatarja aritmetike = 5.4; mesorja = 6; rangi = 7; moda = 4  
b Mesatarja aritmetike = 6.5; mesorja = 6; rangi = 5; moda = 6  
c Mesatarja aritmetike = 3.0125; mesorja = 2.65; rangi = 1.8; moda = 3.8  
d Mesatarja aritmetike = 5.375; mesorja = 5; rangi = 5; moda = 3  
6 a  $10 \leq m \leq 11$  b 10.75 c  $10 < m \leq 11$   
7 a 10 b 7 c 7

14.1 Zgjedhja

- 1 a 620 b  $\frac{13}{62}$  c 19.4% d 13  
e  $\frac{1}{6}$   
2 a Jo; është i njëanshëm për njerëzit që blejnë në supermarket.  
b Po; çdo person ka të njëjtin mundësi për tu zgjedhur  
3 a Po, me kohë të limituar.  
b Po, i njëanshëm për njerëzit që riciklojnë.  
c Po, jo të gjithë kanë të njëjtën mundësi për tu zgjedhur.  
d I paanshëm, por një mostër shumë e vogël.  
4 a 13, 48, 09, 32, 02, 31, 50 b 86, 13, 60, 78, 48, 80  
5 46, 12, 48, 06, 24, 14, 37, 39  
6 a 100  
b Listoni anëtarët në rend alfabetik.  
Gjeneroni 100 numra të rastësishëm ndërmjet 1 dhe 1000.  
c  $\frac{1}{8}$   
d  $\frac{1}{12}$   
7 a Numri i plotë i nxënësve = 1000.  $\frac{100}{1000} = \frac{1}{10} = 10\%$   
b 21, 19, 18, 20, 21  
c  $21 + 19 + 18 + 20 + 21 = 100$   
8 a Ka raporte të ndryshme të femrave e meshkujve në klub.  
b 35 femra, 45 meshkuj c 21 femra, 27 meshkuj  
9 7, 19, 15, 29  
10 a  $\frac{1}{8}$  b 320  
11 2

14.2 Denduria e grumbulluar

- 1 a 21 b i 15 ii 26

2

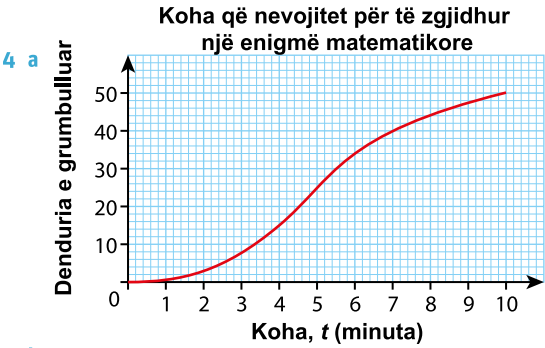
Masa, $m$ (kg)	Denduria grumbulluese
$3 < m \leq 4$	4
$3 < m \leq 5$	16
$3 < m \leq 6$	33
$3 < m \leq 7$	43
$3 < m \leq 8$	50

3

Lartësia, $h$ (m)	Denduria grumbulluese
$4.0 < h \leq 4.2$	2
$4.2 < h \leq 4.4$	5
$4.4 < h \leq 4.6$	10

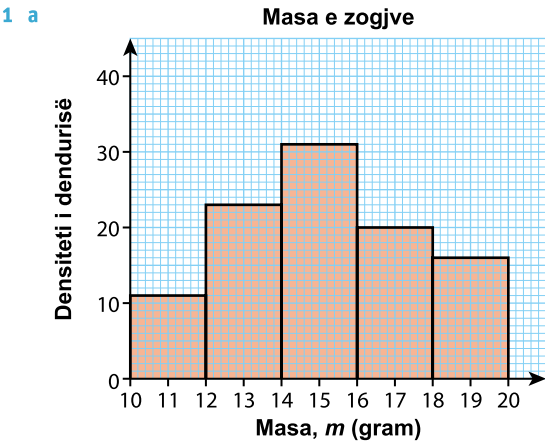
3

Lartësia, $h$ (m)	Denduria grumbulluese
$4.6 < h \leq 4.8$	18
$4.8 < h \leq 5.0$	30
$5.0 < h \leq 5.2$	48
$5.2 < h \leq 5.4$	63
$5.4 < h \leq 5.6$	70



b 5 c 10

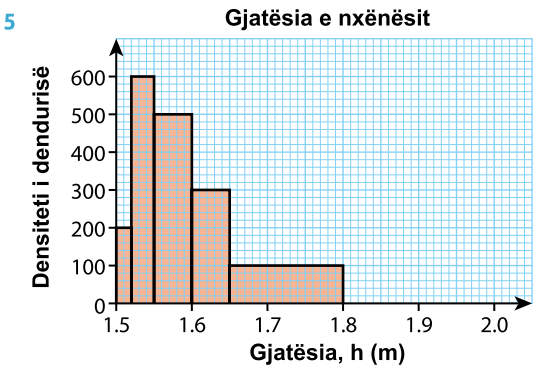
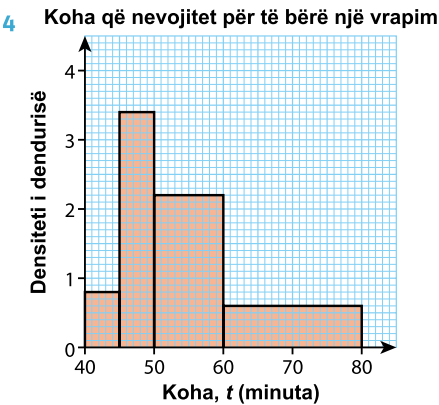
14.3 Vizatimi i histogramës



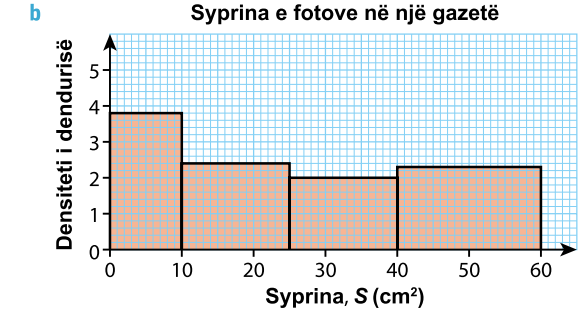
b  $14 < m \leq 16$   
c 15.14

2 a 5, 10, 10  
b 2.4, 3.5, 1.5

3 5.5, 11.5, 15.5, 10, 8



6 a 27.3

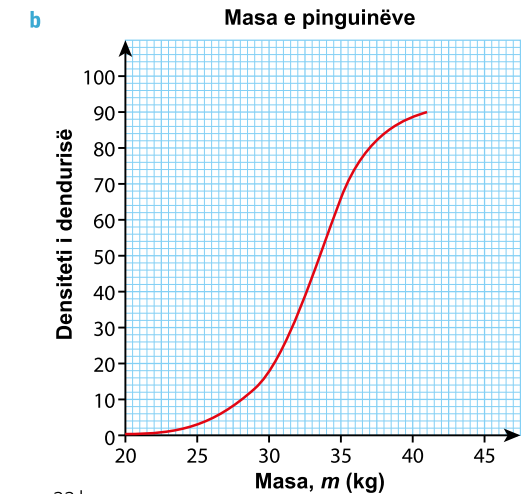


14 Kontrolllo njohuritë

1 a 16, 18, 14, 17, 15  
b 112, 283, 185, 191, 255

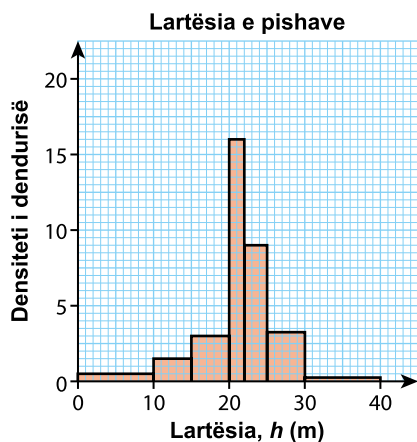
2 a

Masa, $m$ (kg)	Denduria grumbulluese
$20 \leq m \leq 23$	1
$23 < m \leq 26$	5
$26 < m \leq 29$	13
$29 < m \leq 32$	34
$32 < m \leq 35$	66
$35 < m \leq 38$	84
$38 < m \leq 41$	90



c 33 kg

3 a



b 36

4 Vajzat kanë një mesatare kohore më të madhe si dhe një shpërndarje më të madhe të kohëve.

5 a 28 b 22

c Partia e parë kishte një mesatare më të lartë të moshës dhe një shpërndarje më të madhe të moshave

7 56

## 14 Përpuno njohuritë

### Zgjedhja e një mostre

1 a B b i 15 ii 8 c 23 d Njësoj

2 a 120

b 20%

c 3.2%, 5.6%, 6.4%, 4.8%, 4%

3 a 02, 79, 21, 51, 21, 08, 01, 57, 01, 87, 33, 73, 17, 70, 18, 40, 21, 24, 20, 66, 62

b 02, 21, 21, 08, 01, 01, 17, 18, 21, 24, 20

c 02, 21, 08, 01, 17, 18, 24, 20

d 02, 21, 08, 01, 17

4 02, 21, 51, 08, 01, 57, 33, 17

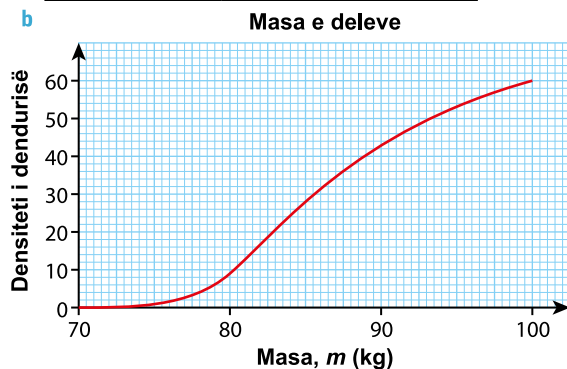
5 027, 108, 015, 018, 124

### Grafikët dhe skemat

1 a

Masa, $m$ (kg)	Denduria grumbulluese
$70 \leq m \leq 75$	1
$75 < m \leq 80$	9
$80 < m \leq 85$	28
$85 < m \leq 90$	43
$90 < m \leq 95$	53
$95 < m \leq 100$	60

b



2 a Mesorja = 4.40, Kuartili i parë = 3.50, Kuartili i tretë = 5.10

b 1.60

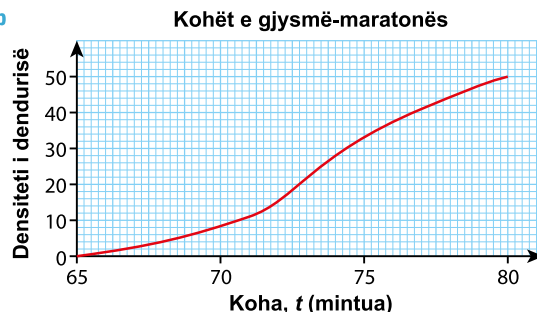
3 a 60 b 30 c 45 cm

d Kuartili i parë = 35 cm, Kuartili i tretë = 54 cm e 19 cm

4 a

Koha, $t$ (minuta)	Denduria grumbulluese
$65 \leq t \leq 68$	4
$68 < t \leq 71$	11
$71 < t \leq 74$	28
$74 < t \leq 77$	41
$77 < t \leq 80$	50

b

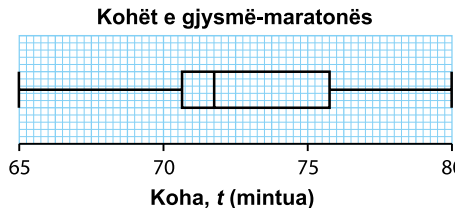


c Mesorja = 73.4 minuta, Kuartili i parë = 71.3 minuta, Kuartili i tretë = 76.2 minuta

d 16

e 34

5



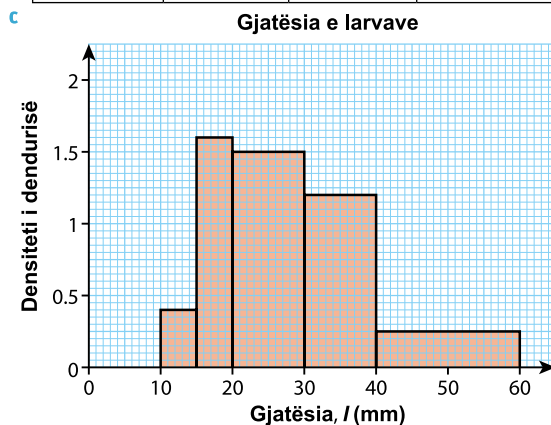
6 a i 5

ii 1.6

b

Gjatësia, $l$ (mm)	Denduria absolute	Gjerësia e klasës	Denduria relative
$10 \leq l \leq 15$	2	$15 - 10 = 5$	$2 \div 5 = 0.4$
$15 < l \leq 20$	8	$20 - 15 = 5$	$8 \div 5 = 1.6$
$20 < l \leq 30$	15	$30 - 20 = 10$	$15 \div 10 = 1.5$
$30 < l \leq 40$	12	$40 - 30 = 10$	$12 \div 10 = 1.2$
$40 < l \leq 60$	5	$60 - 40 = 20$	$5 \div 20 = 0.25$

c



7 a 6

b 9

c 6

d 19

### Krahasimi i të dhënave

1 a

	Kuartili i parë	Mesorja	Kuartili i tretë	Rangu ndërkuartilior
Djem	4	6	7	3
Vajza	3	5	8	5

b i Më i lartë ii Djem, vajza

2 a 23

b 6, 12, 18

c 59 kg, 67 kg, 75 kg

d 67 kg

e 16 kg

3 a 69 kg

b Kuartili i parë = 63 kg, Kuartili i tretë =

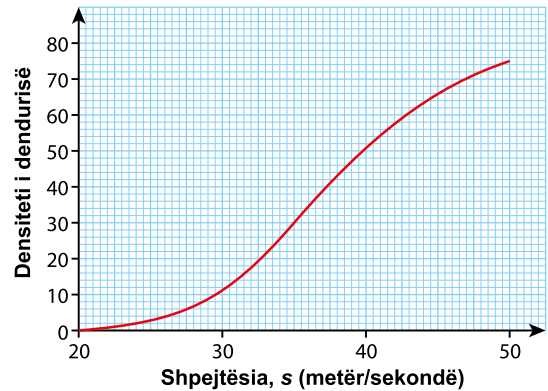
c 15.5 kg

Kapitulli 14 Përgjigjet

d Derrat e egër femra kanë një masë më të vogël mesatare dhe një shpërndarje më të madhe të masave.

14 Thello njohuritë

1 a Shpejtësia e geopardëve



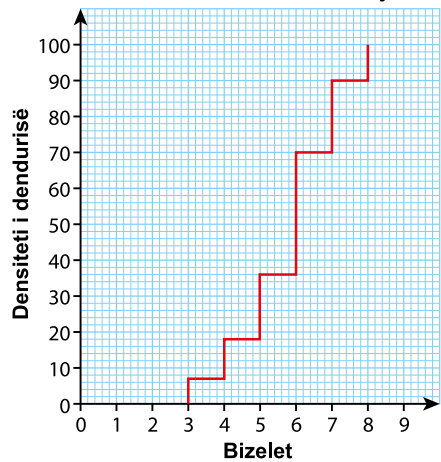
- b i 37 milje/orë ii 10 milje/orë
- 2 75 dhe 45
- 3 Me shtresa:  $\frac{1}{20}$  e secilit grup – vinçat: 22.5 (pra 23 ose 22), kamion-pirun: 31, kamion plehrash: 6.5 (pra 6 ose 7)
- 4 Me shtresa: 25% - meshkuj: 30 ndërtues, 10 elektrikë, 5 hidraulik; Femrat: 17.5 (pra 18) ndërtuese, 9 elektrikë, 8.5 (pra 8) hidraulike
- 5 a Numri i klientëve me: lepuj = 16, derra = 18, brejtësia = 9, minj shtëpiak = 7
- b Listë numerike e numëruar dhe gjenerim rastësor i numrave

- 6 a 4
- b 4 minuta dhe 9.6 minuta
- 7 a Variacione më të pakta të temperaturave
- b Temperaturë mesatare më të lartë

8 a Diskrete

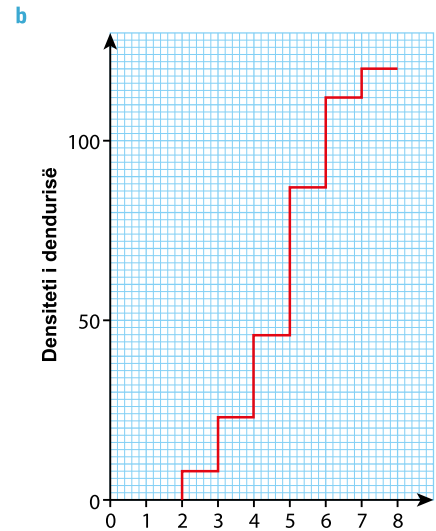
Bizelet	Denduria grumbulluese
$\leq 3$	7
$\leq 4$	18
$\leq 5$	36
$\leq 6$	70
$\leq 7$	90
$\leq 8$	100

c, d, e Numri i bizeleve në bishtajë

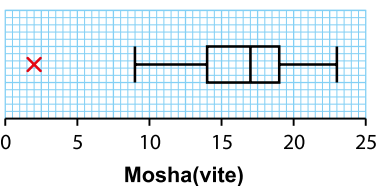


f Të dhëna diskrete: Nuk mund të kemi 4.5 bizele g 6

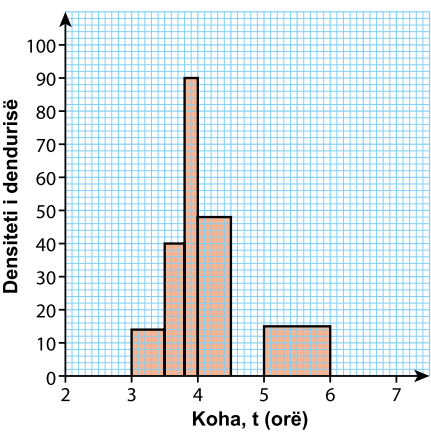
Lepuj	Denduria grumbulluese
2	8
3	23
4	46
5	87
6	112
7	120



- c 5 d 2
- 10 a 14.9 b Kuartili i pare = 14.3, Kuartili i tretë = 15.5, Amplituda ndërkuartilore = 1.2
- c 1.8 d 28.6
- 11 a 4 b 8 - 24 c 2
- d Mosha e njerëzve në një festë

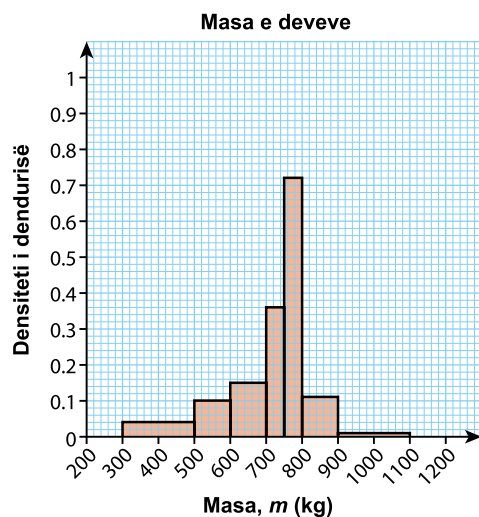


12 a Koha që nevojitet për të luajtur një raund golfi



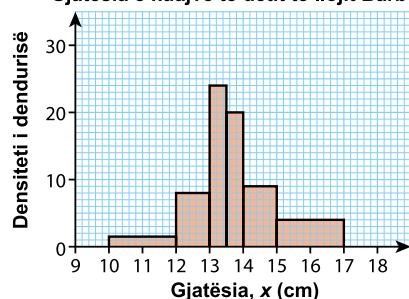
b 23

13 a



- b 707.5 kg    c 747 kg    d  $700 < m \leq 750$   
 e 53    f 760 kg - 770 kg

14 a Gjatësia e kuaive të detit të llojit Barbour



- b 13.76 cm    c 13.6 cm    d 13.4 cm

## 14 Test

### Shembull përgjigje nxënësi

- a Një vizore është përdorur për të lexuar më saktë vlerat. Vijat e grupit B janë vizatuar ndryshe nga ato të grupit A për t'i dalluar ato në grafik dhe për të pasur më pak gjasa për të gabuar.  
 b Vlera e kuartil të parë është e gabuar pasi shkalla është lexuar gabim. Nxënësit janë munduar të lexojnë '25' por kanë numëruar edhe 5 katrorë, pra gjithsej 30.

## KAPITULLI 15

### 15 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a  $3\sqrt{3}$     b  $10\sqrt{2}$     c  $2\sqrt{5}$   
 2 a E gradës së dytë    b E gradës së tretë  
 c E gradës së dytë    d Lineare  
 e Lineare    f E gradës së tretë    g Lineare  
 3 a -7    b 6    c 7    d -3    e 12  
 4 a  $x \geq 3$     b  $2 < x$     c  $x > 7$     d  $x \leq 5$   
 5 a  $\{x : x < -12\}$     b  $\{x : x > -3\}$   
 c  $\{x : x \geq 0\}$     d  $\{x : x \leq 1.4\}$   
 6 a -2, -1, 0, 1, 2, 3    b -2, -1, 0  
 c 0, 1    d 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22

- 7 a  $x^2 + 10x + 21$     b  $x^2 + 3x - 40$   
 c  $x^2 - 5x + 6$     d  $x^2 - 8x + 16$   
 e  $2x^2 + 13x + 15$     f  $3x^2 - 11x + 10$   
 g  $9x^2 - 1$

- 8 a  $(x+5)(x+2)$     b  $(x-3)(x+1)$   
 c  $(x+5)(x-3)$     d  $(x-7)(x+1)$   
 e  $(x-1)(x+1)$     f  $3(x+1)(x+4)$   
 g  $(2x+5)(x-2)$

9  $x = -2$  ose  $x = \frac{5}{3}$

10 a  $(x-3)^2 + 3$     b  $(x-4)^2 - 5$     c  $3(x-1)^2 + 6$

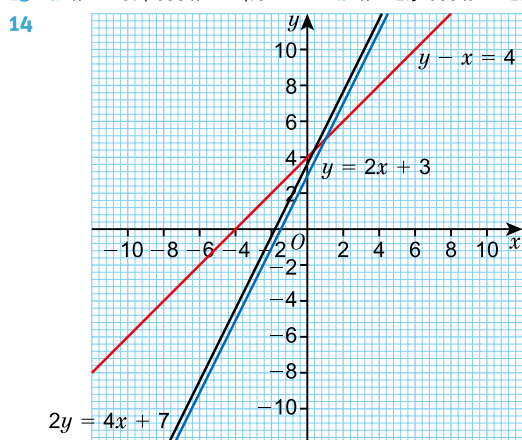
11 a  $x = 5$  ose  $x = -1$     b  $x = 0$  ose  $x = -2$

c  $x = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{29}}{2}$     d  $x = 1$  ose  $x = -3$

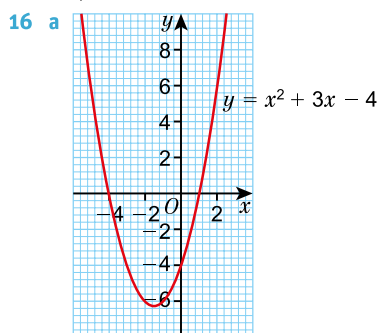
12 a  $y = 7, x = -1$     b  $y = 5, x = 3$

c  $x = 3$  dhe  $y = -5$  ose  $x = -1$  dhe  $y = 3$

13 a  $x = -0.4$  ose  $x = -4.6$     b  $x = 1.9$  ose  $x = -1.1$



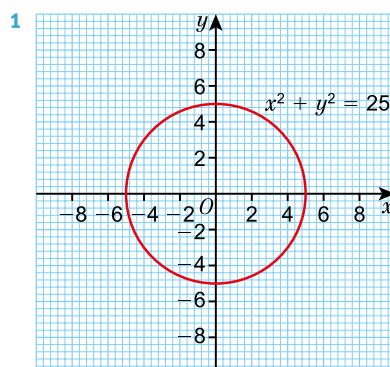
- 15 a i, iii    b iv    c iii



- b i  $x = 1$  ose  $x = -4$     ii  $x = -4.4$  ose  $x = 1.4$

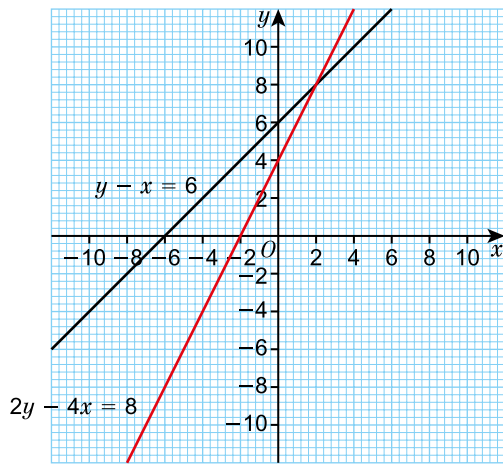
17 Çdo shprehje e formës :  $ax^2 - 5ax - 14a$

### 15.1 Zgjidhja grafike e sistemeve e sistemeve të ekuacioneve





2 a



b (2, 8)

3 a i B

ii A

iii C

b i (1, 4)

ii (4, 1)

iii (0, 2)

4 a  $x = 1, y = 6$

b  $x = 3, y = 9$

c  $x = -1, y = 7$

d  $x = -2, y = -3$

5  $4x + 2y = 258$

$3x + 3y = 249$

a 37

b 46

6 a Shpejtësi lundrimi:  $y = 20 + 1.5x$ , Lidhje dirkte:  $y = 2x$

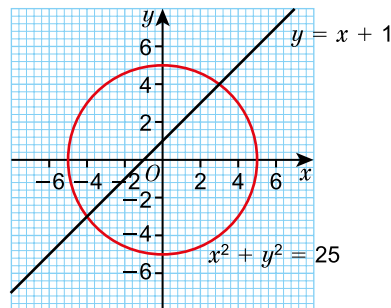
b 40 GB

7  $x = 1.3, y = 0.3$  ose  $x = -2.3, y = -3.3$

8 a  $x = 3, y = -2$

b  $x = -1.5, y = 4.75$

9 a, b



c (3, 4) dhe (-4, -3)

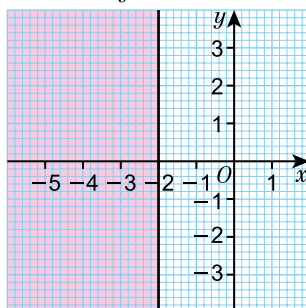
10  $x = -1.6, y = 2.6$  ose  $x = 2.6, y = -1.6$

## 15.2 Paraqitja grafike e inekuacioneve

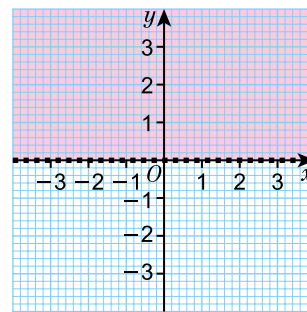
1 a  $\{x : x \leq 6\}$  b  $\{x : x < -2\}$  c  $\{x : x \leq 4\}$

2 a i  $x < 2$  ii  $y \leq 4$  iii  $-1 \leq x \leq 3$

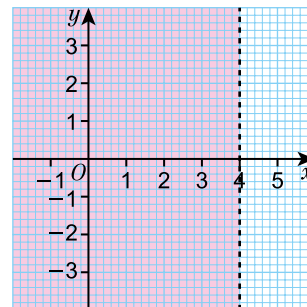
b i



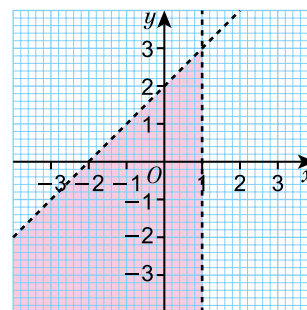
ii



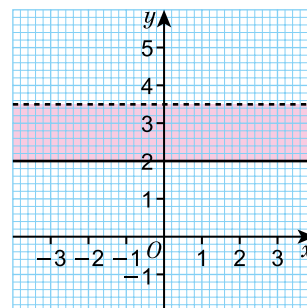
iii



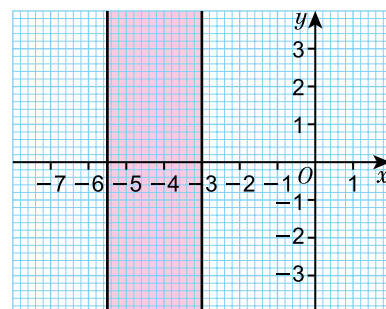
iv



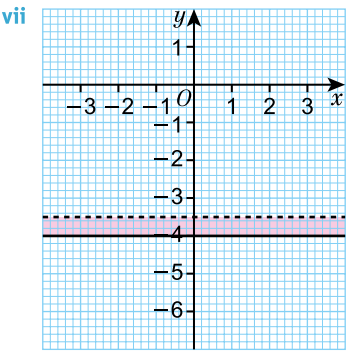
v



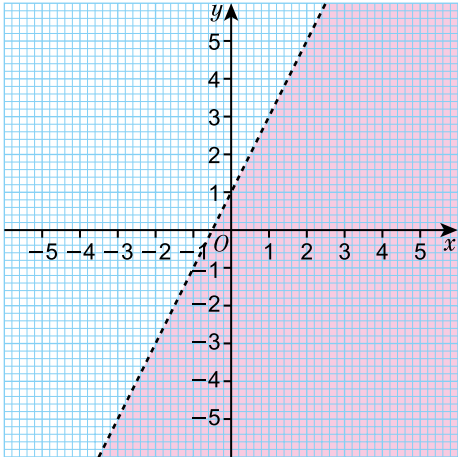
vi





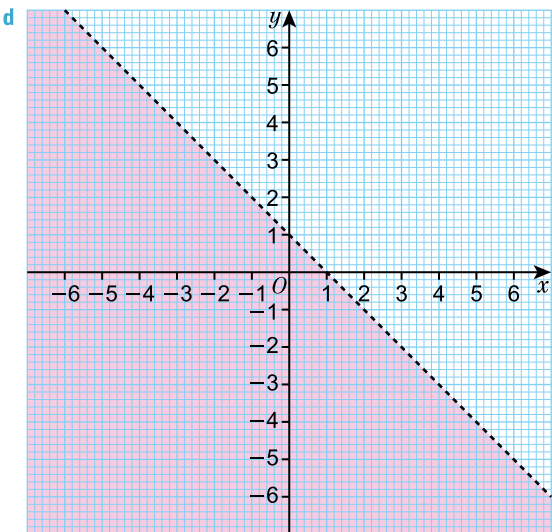
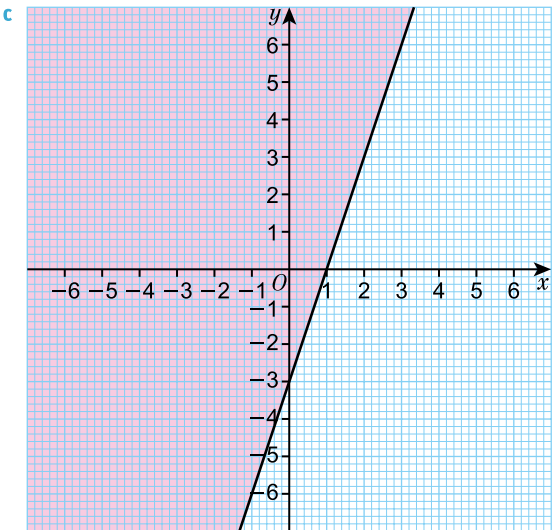
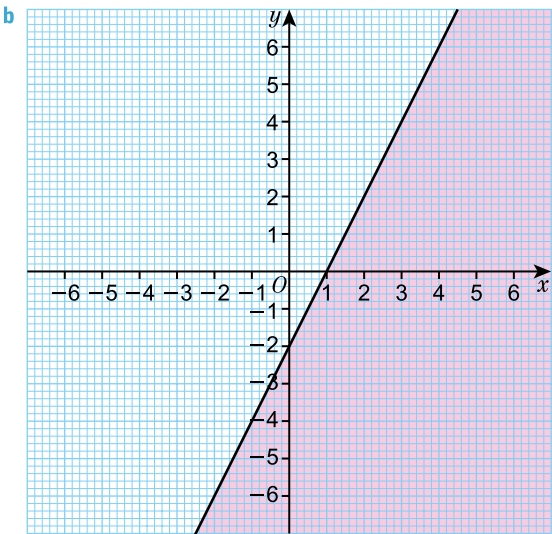
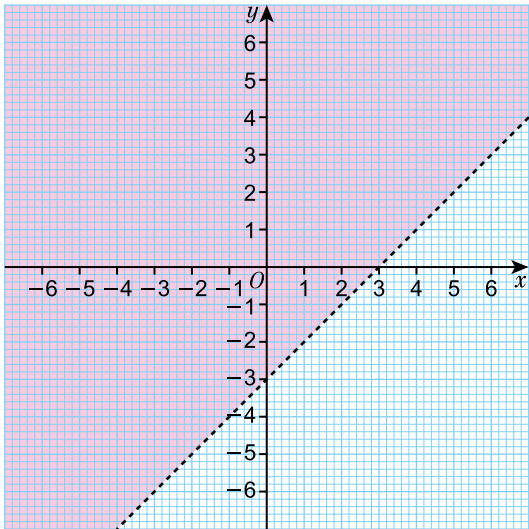


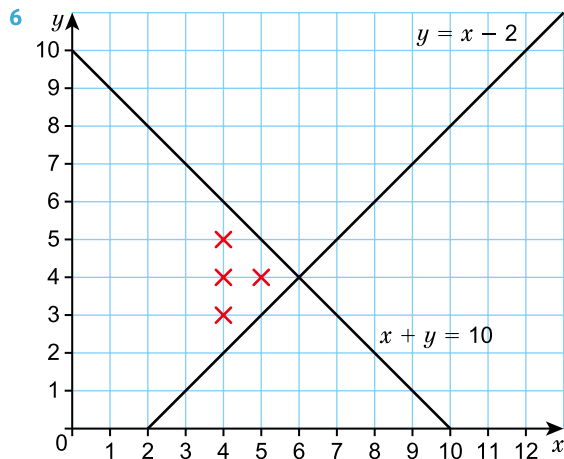
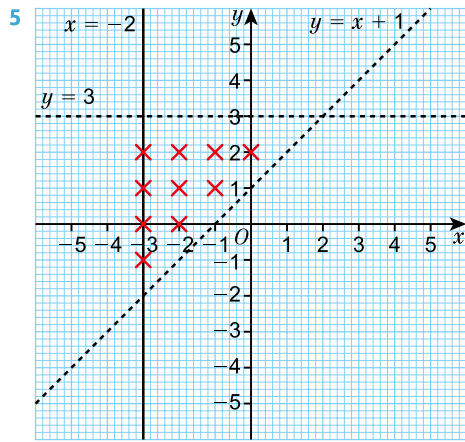
3 a, b, d



c Po

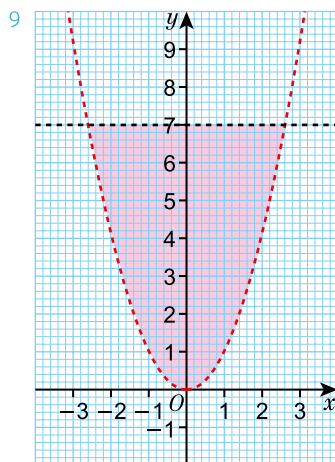
4 a



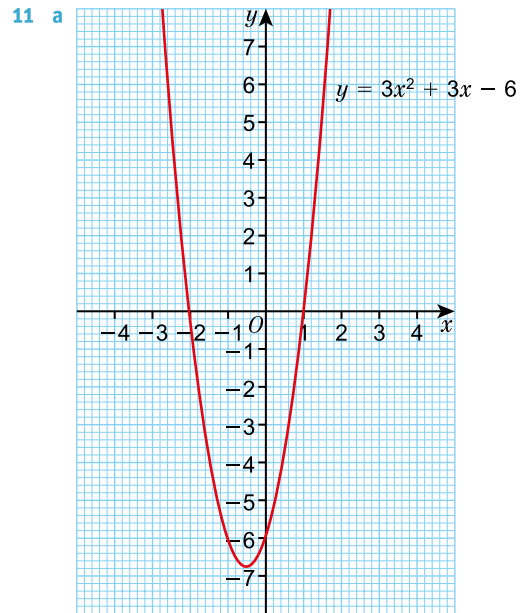


- 7 a i  $y = 3, y = 3x - 2, x = -2$   
ii  $y < 3, y > 3x - 2, x \geq 2$   
b i  $x = 2, y = x + 2, y = -x - 2$   
ii  $y \leq x + 2, y \geq -x - 2, x < 2$   
c i  $y = 2x - 3, y = -3x, y = 5$   
ii  $y > 2x - 3, y > -3x, y \leq 5$

8 3 pika

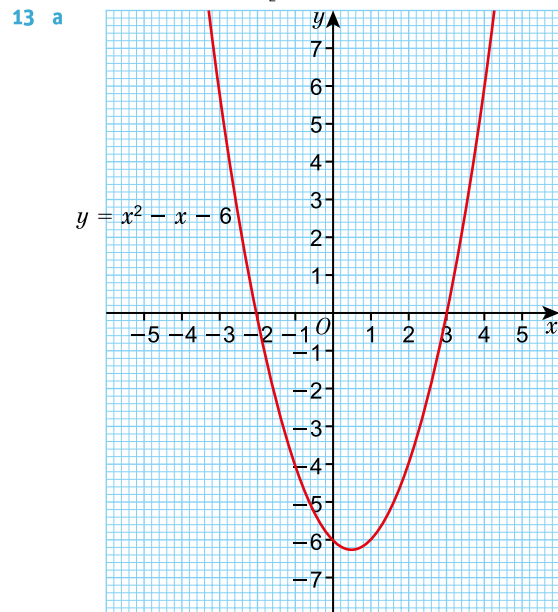


- 10 a  $x < -1, x > 2$   
b  $x < -1, x > 2$



b  $\{x : -2 \leq x \leq 1\}$

12  $\{x : x \leq -3\} \cup \{x : x > \frac{1}{2}\}$



b  $\{x : x > 3\} \cup \{x : x < -2\}$

14 a  $\{x : -4 < x < 3\}$

b  $\{x : x \geq 2\} \cup \{x : x \leq -1\}$

c  $\{x : x \geq 3\} \cup \{x : x \leq -3\}$

### 15.3 Grafikë funksionesh kuadratike

1 a  $x = -2, x = -1$

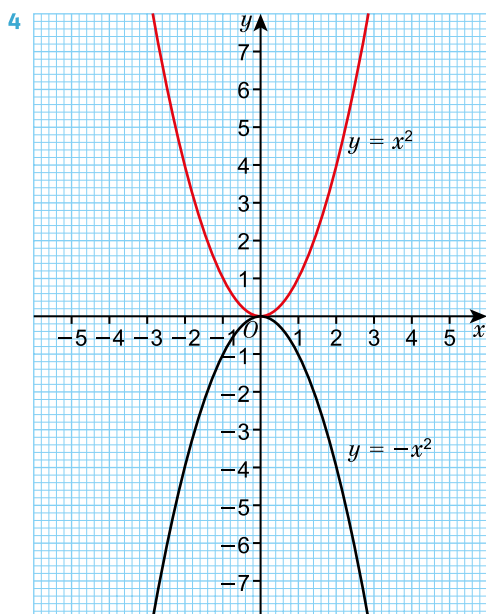
b  $x = 1.5, x = -4$

2 a  $(x + 1)^2 - 4$

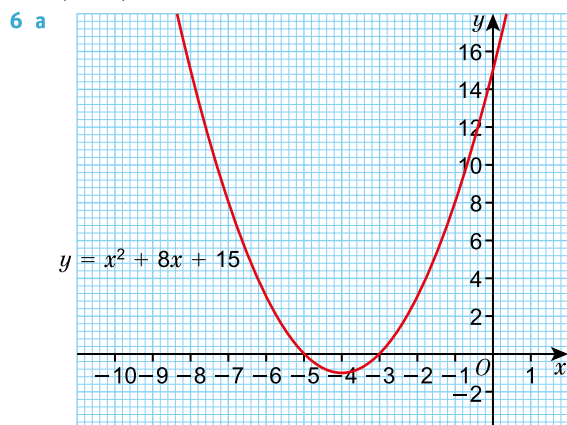
b  $2(x + 2)^2 - 6$

3 a (1, 7)

b  $x = 1$



- 5 a  $x = -1$  dhe  $x = -3$   
 b  $(0, 3)$   
 c Minimum  
 d  $(-2, -1)$



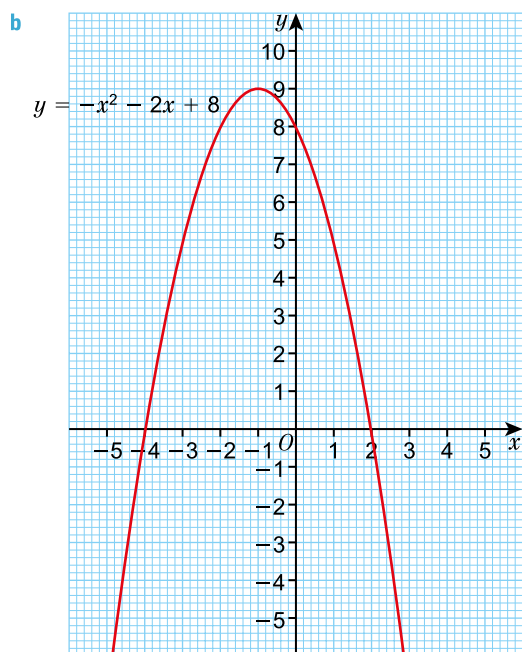
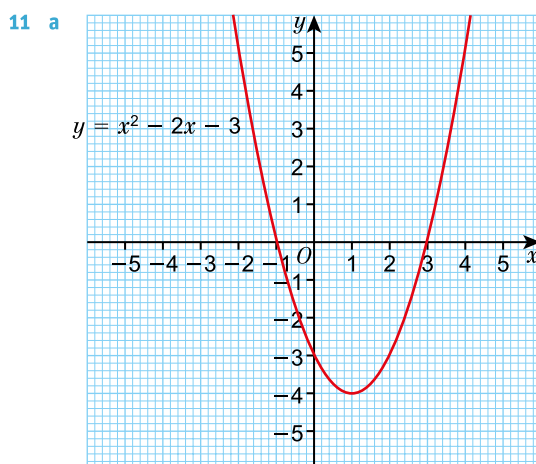
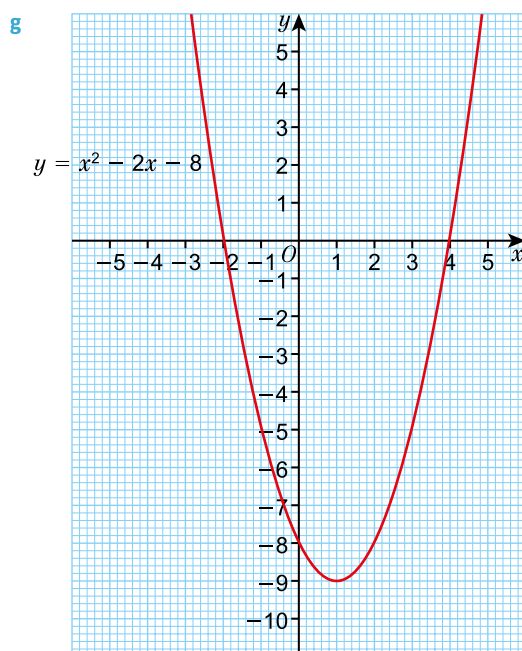
- b  $x = -3$  dhe  $x = -5$   
 c  $(0, 15)$   
 d Minimum  
 e  $(-4, -1)$

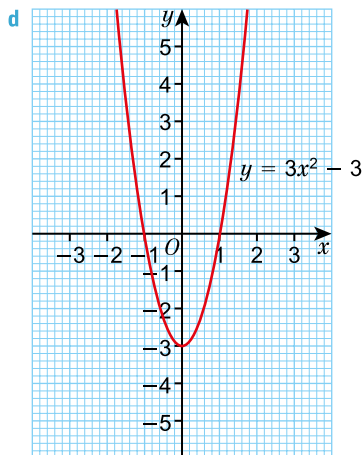
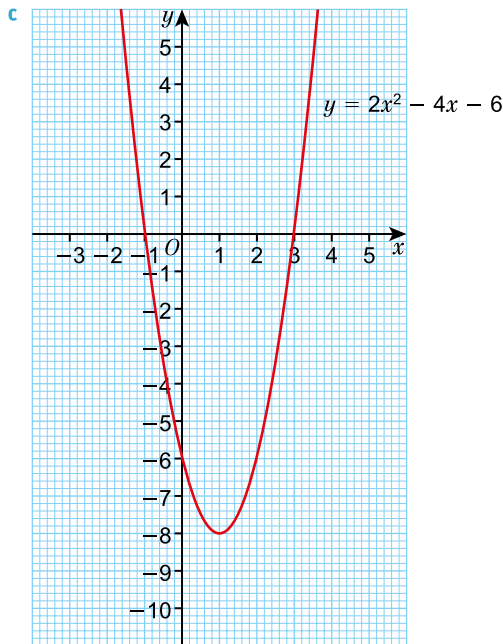
- 7 a i  $x = -3$  dhe  $x = -1$  ii  $x = -5$  dhe  $x = -3$   
 b i 3 ii 15

- 8 a iii b iv c ii d i

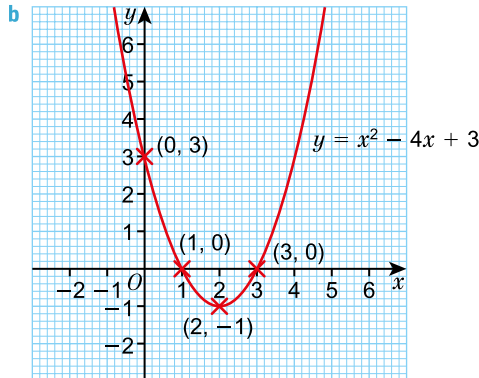
- 9 a Minimum  $(1, 3)$   
 b Maksimum  $(-3, -2)$   
 c Minimum  $(5, -2)$   
 d Minimum  $(-3, -5)$   
 e Minimum  $(2, 1)$   
 f Maksimum  $(-1, 4)$

- 10 a  $(x - 4)(x + 2)$   
 b  $(4, 0)$  dhe  $(-2, 0)$   
 c  $(0, -8)$   
 d  $(x - 1)^2 - 9$   
 e  $(1, -9)$   
 f Minimum, koeficienti i  $x$  është pozitiv.





12 a  $x = 3$  ose  $x = 1$



13 a  $(-3, -5)$  b  $(-3 \pm \sqrt{5}, 0)$

14 a  $x = -1 \pm \sqrt{3}$  b  $x = -2$  ose  $x = 4$  c  $x = -2 \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

15 a  $x = -2 \pm \sqrt{7}$  b  $x = 2 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}$  c  $x = -3 \pm \sqrt{13}$

16 Grafikët duhet të kenë një maksimum meqë koeficienti i  $x$  është negativ.  
Grafiku duhet të kalojë nga boshti i  $y$  nga pika  $(0, 6)$ .  
Grafiku duhet të ketë rrënjë për  $x = 3$  dhe  $x = -1$ .  
Grafiku duhet të ketë një pikë maksimale ose minimale në  $(1, 8)$

17  $y = x^2 + 4x + 1$

## 15.4 Zgjidhja grafike e ekuacionit kuadratik

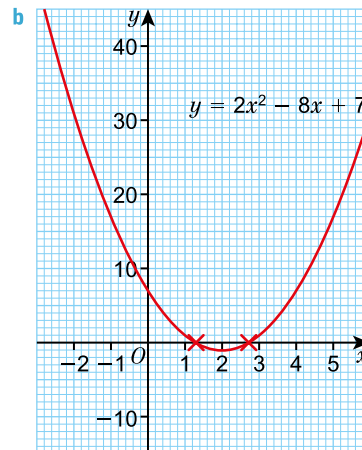
1 a  $x = -5$  dhe  $x = -1$  b  $-1 \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$  c  $-1 \pm \frac{2}{\sqrt{3}}$

2 a  $x = 5.3$  dhe  $x = -1.3$  b  $x = 2.4$  dhe  $x = -0.9$   
c  $x = -1.0$  ose  $x = 1.7$

3 a Grafik i,  $x = -1.3$  dhe  $x = 5.3$   
b Grafik iii,  $x = 1.5$  dhe  $x = 1.1$   
c Grafik iv,  $x = -1.2$  dhe  $x = 3.2$   
d Grafik ii,  $x = 0.4$  dhe  $x = -1.4$

4 a

$x$	-2	-1	0	1	3	5
$y$	31	17	7	1	1	17



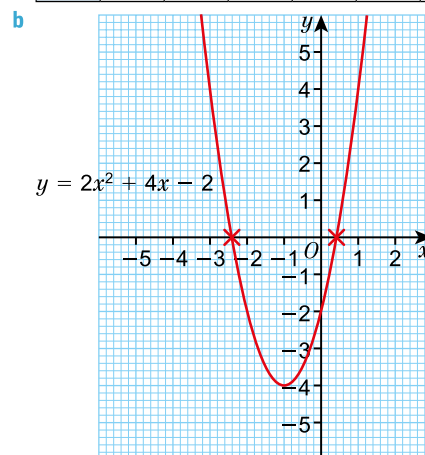
c 2.7 dhe 1.3

5 a Grafikët e vetë nxënëseve

b i  $x = -5.3$  dhe  $x = 1.3$  ii  $x = -3.6$  dhe  $x = 0.6$   
iii  $x = 2.4$  dhe  $x = -0.4$  iv  $x = 2.5$  dhe  $x = -0.5$

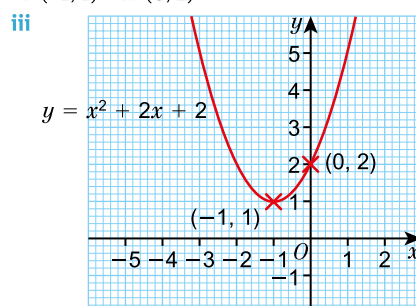
6 a

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y$	14	4	-2	-4	-2	4	14



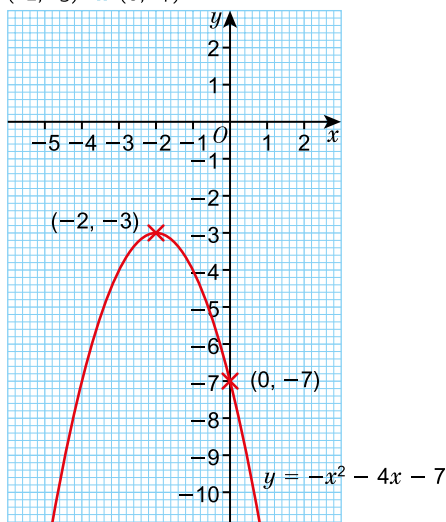
c  $x = -2.4$  dhe  $x = 0.4$

7 a i  $(-1, 1)$  ii  $(0, 2)$



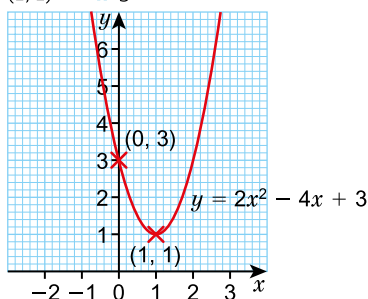
b i (-2, -3) ii (0, -7)

iii



c i (1, 1) ii 3

iii



8 Minimumi ndodhet në (3, 5) rrjedhimisht grafiku nuk ka rrënjë.

 9 a 0 rrënjë b 2 rrënjë c 2 rrënjë d 1 rrënjë  
 e 0 rrënjë f 2 rrënjë g 1 rrënjë h 2 rrënjë

10 a  $x = 2 \pm \sqrt{7}$   
 b  $x^2 - 7x + 13 = 0$   
 $(x - \frac{7}{2})^2 - \frac{49}{4} + 13 = 0$   
 $(x - \frac{7}{2})^2 = \frac{3}{4}$

Numrat negativë nuk kanë rrënjë reale.

Ose

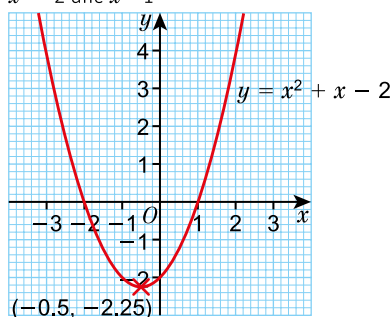
 Grafiku ka një kulm në  $(\frac{7}{2}, \frac{3}{4})$ . Prandja kjo pikë është një minimum dhe i gjithë grafiku ndodhet mbi boshtin e x-it.

11 a  $y = x^2 - x - 2$   
 b  $y = x^2 - 10x + 21$   
 c  $y = x^2 + 4x + 4$

12 a 3.23607 b 5.70156 c -1.30278

13 a  $x = -2$  dhe  $x = 1$

b



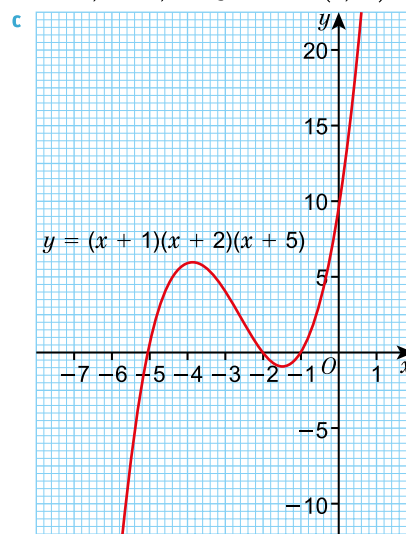
c  $\{x : -2 < x < 1\}$   
 d  $\{x : x < -2\} \cup \{x : x > 1\}$

14 a  $\{x : -1 < x < 3\}$   
 b  $\{x : -5 < x < 2\}$

c  $\{x : x < -4\} \cup \{x : x > -1\}$

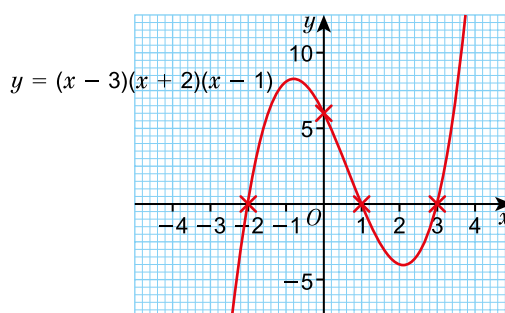
## 15.5 Grafik të funksioneve kubike

1 a  $x^2 + 5x + 6$  b  $x^2 + x - 12$   
 c  $2x^2 - 9x - 5$  d  $3x^2 - 10x + 8$   
 2 a  $x = 5$  ose  $x = -2$  b  $x = 1$  ose  $x = -1$   
 c  $x = 3$  ose  $x = -1$  d  $x = -2$  ose  $x = \frac{1}{3}$   
 3  $x^3 + 6x^2 + 9x + 2$   
 4  $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$   
 5 a  $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$  b  $x^3 - x^2 - 14x + 24$   
 c  $x^3 + 4x^2 + x - 6$  d  $x^3 + x^2 - 20x$   
 e  $x^3 + x^2 - x - 1$  f  $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$   
 6 a  $x = -4, x = -1, x = 2$  b (0, -8)  
 7 a  $x = -1, x = -2, x = -5$  b (0, 10)

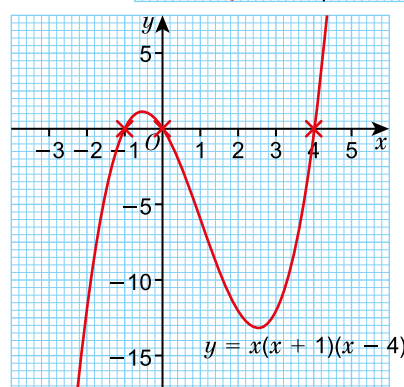


8 a iv b iii c i d v e vi f ii  
 9 a 3 b 1 rrënjë e dyfishtë  
 c 3 d 2 (njëra rrënjë e dyfishtë)  
 e 1 f 3

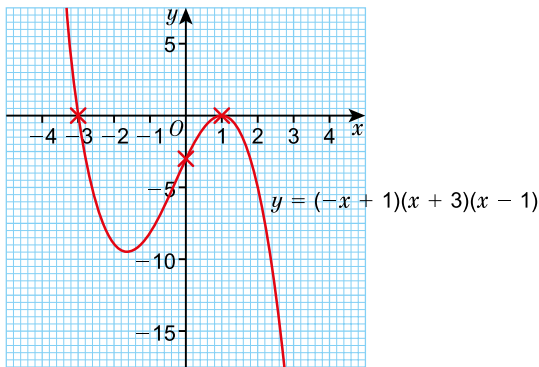
10 a



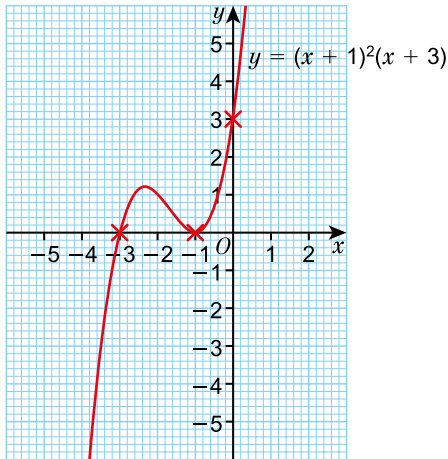
b



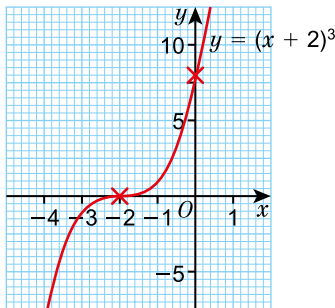
c



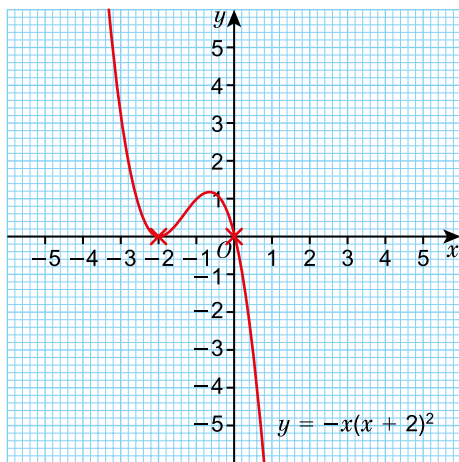
d



e



11



12  $a = 2, b = -9, c = -18$

13  $a = 3, b = 6, c = -8$

14  $x = 1.4562$

15  $x = -1.9122$

## 15 Zgjidh problemat

1 Afërsisht  $-24^\circ\text{C}$

2 3.5 metra

3 a 25.60 AED b 9.74

4 a Cmimet e shtëpive po rritet më shpejtë se fitimet.

b Afërsisht 12.5

c Cmimet e shtëpive janë rritur, ose fitimet janë ulur, më shumë seç pritej.

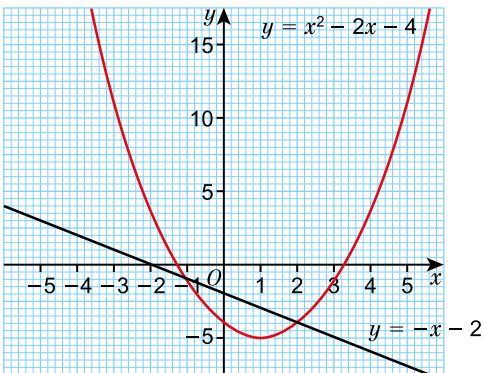
5 a 6.5 metra b 3.1 metra

## 15 Kontrollon njohuritë

1 Pakoja A:  $y = 10x$  b 4 minuta

Pakaja B:  $y = 20 + 5x$

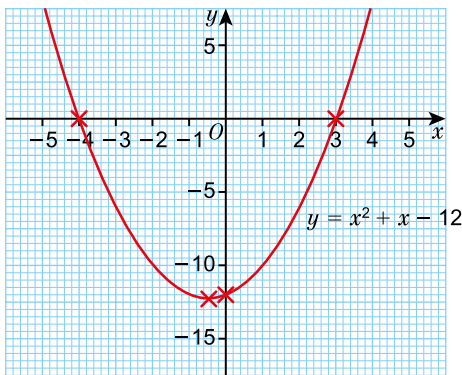
2



$x = 2, y = -4$  dhe  $x = -1, y = -1$

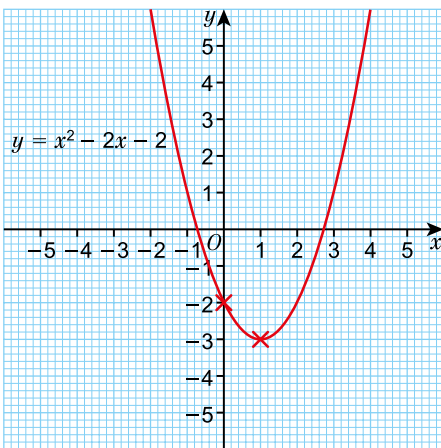
3  $y < 2x - 1, x \leq 2, y \geq -2$

4 a, b



c  $\{x : -4 < x < 3\}$

5 a



b 2.7 dhe -0.7

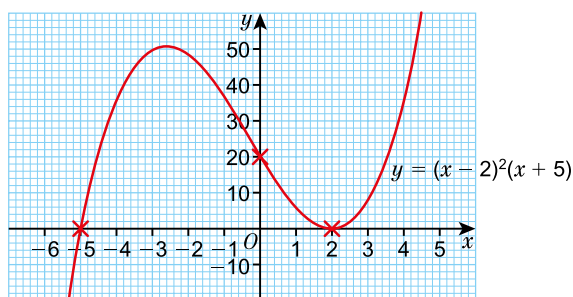
c Ekuacion iterativ:

$x_{n+1} = \sqrt{2x_n + 2}$

$x = 2.73205$



6



8 Funksonet për:

$$y = a(x+1)(x-3) \text{ dhe } y = a(x+1)^2(x-3) \text{ dhe}$$

$$y = a(x-3)^2(x+1) \text{ dhe } y = a(x+b)(x+1)(x-3)$$

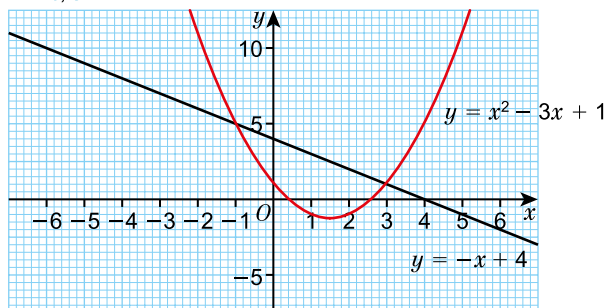
## 15 Përpuno njohuritë

### Sistemet e ekuacioneve dhe mosbarazimet

1 a

$x$	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	11	5	1	-1	-1	1	5	11

b, c



d (3, 1) dhe (-1, 5)

 e  $x = 3, y = 1$ , dhe  $x = -1, y = 5$ .

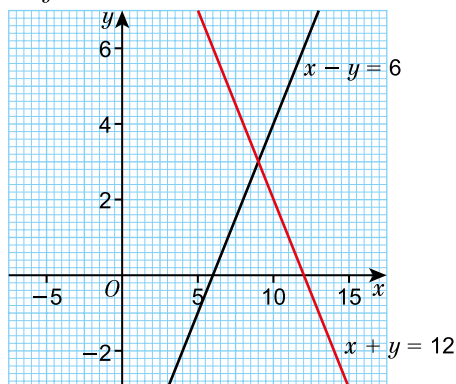
 2 a  $x = 1, y = 6$ 

 b  $x = 3, y = 4$  ose  $x = -1, y = 0$ 

 3 a  $x + y = 12$ 

 b  $x - y = 6$ 

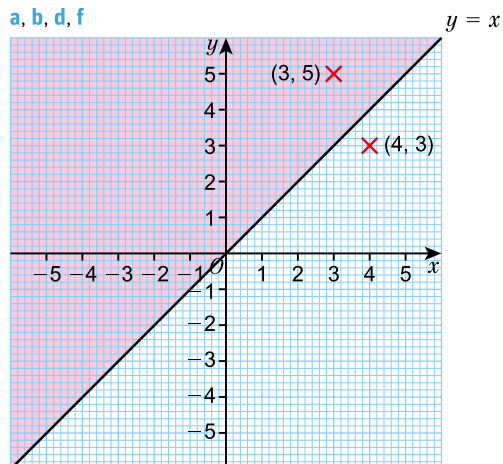
c


 d  $x = 9, y = 3$  ose  $y = 3, x = 9$ , në varësi se si kanë shkruar ekuacionin fillestar.

 4  $y \leq x + 2, x \leq 2, y > -3$ 

 5  $y < 1, y \geq x - 3, y \geq -x$ 

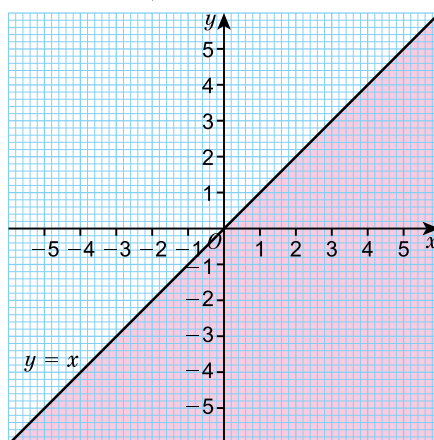
6 a, b, d, f



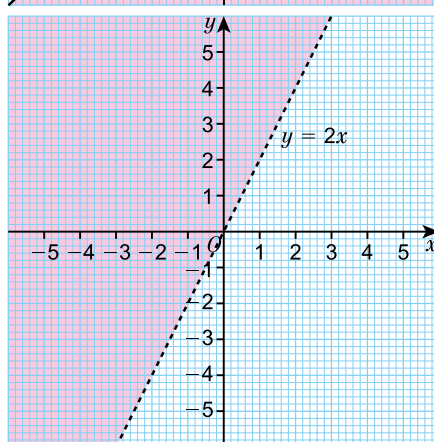
c Po

e Jo

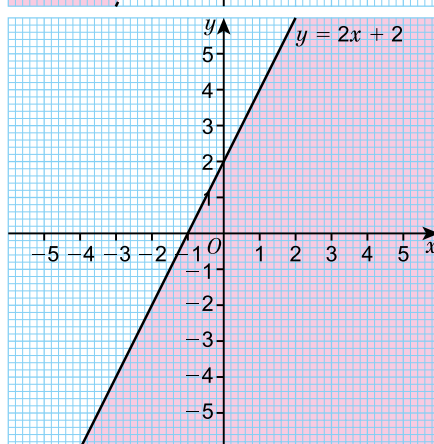
7 a

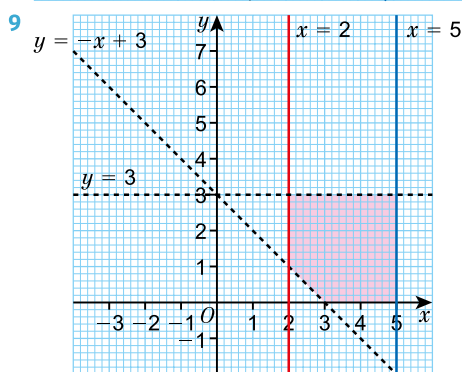
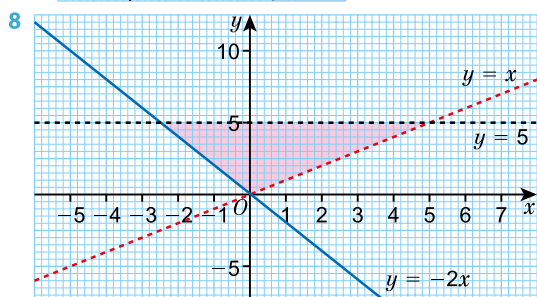
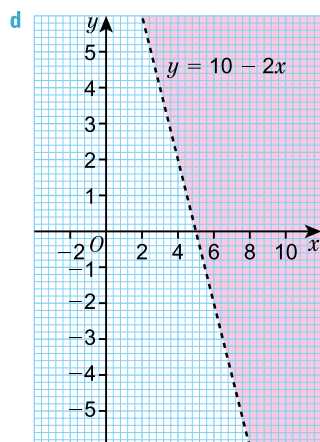


b



c





### Grafikët e ekuacioneve kuadratike

- 1 a** Rrënjët: -1, 3      ordinata në origjinë: -6  
**b** Rrënjët: -3, 1      ordinata në origjinë: -9  
**c** Rrënjët: -2, 2      ordinata në origjinë: 4  
**d** Rrënjët: 1, 4      ordinata në origjinë: -4

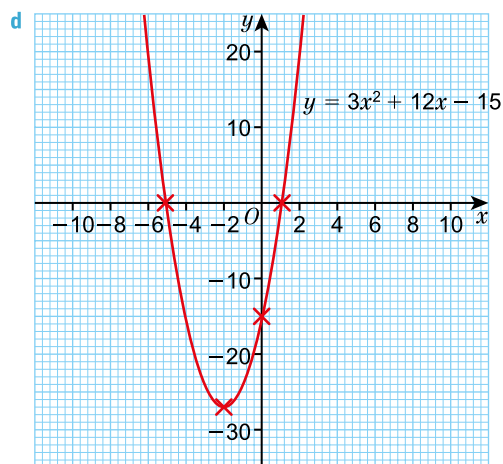
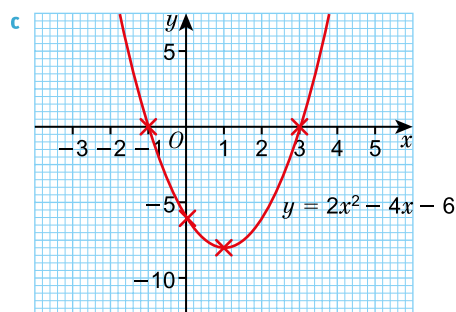
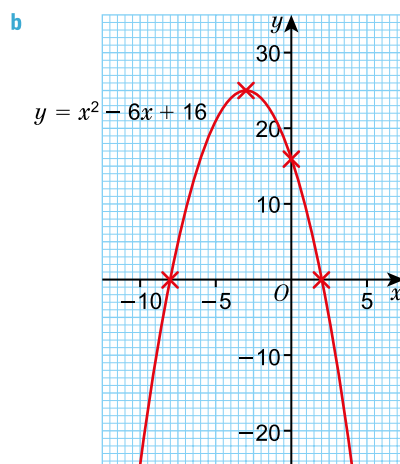
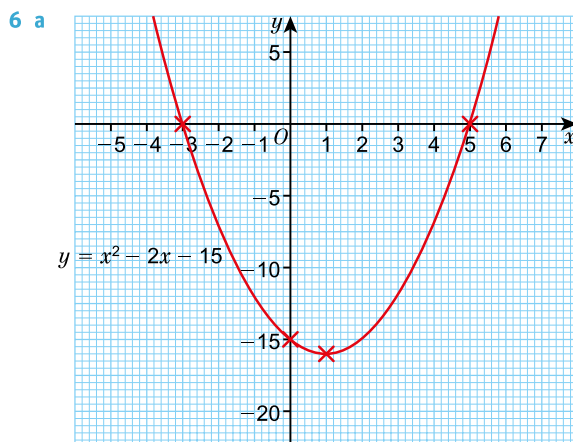
- 2 a** kur  $y = 0$   
 $x^2 + 2x - 8 = 0$   
 $(x - 2)(x + 4) = 0$   
 Ka dy zgjidhje të mundshme:  
 $x - 2 = 0$  prandaj  $x = 2$   
 $x + 4 = 0$  prandaj  $x = -4$ .  
 Pra rrënjët janë  $x = 2$  dhe  $x = -4$ .

- b** Kur  $x = 0$   
 $y = x^2 + 2x - 8$   
 $y = 0^2 + 0 - 8$   
 $y = -8$   
 Pra pika e kalimit nga boshti i  $y$  është  $y = -8$ .

- 3 a** Rrënjët: 5 ose -3, ordinata në origjinë: -15  
**b** Rrënjët: -8 dhe 2, ordinata në origjinë: 16  
**c** Rrënjët: -0.5 dhe 3, ordinata në origjinë: -6  
**d** Rrënjët: 1 ose -5, ordinata në origjinë: -15

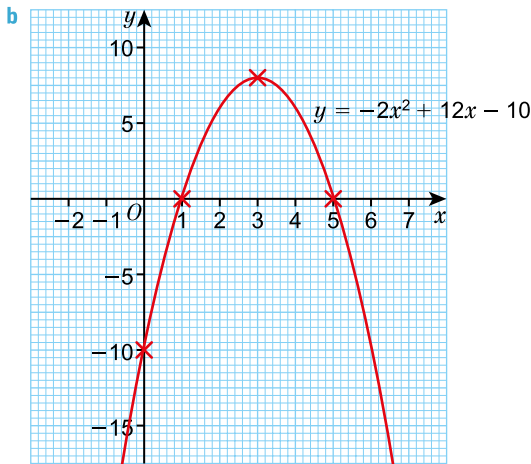
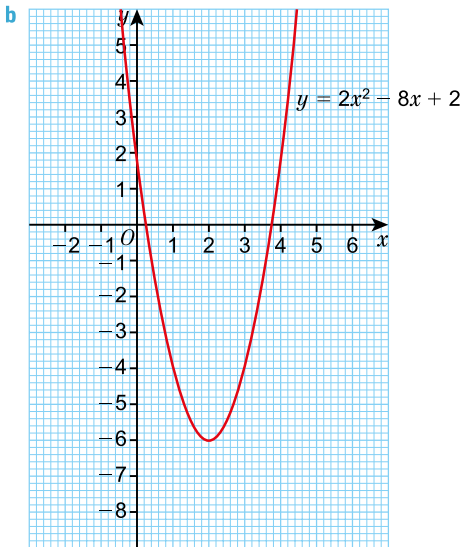
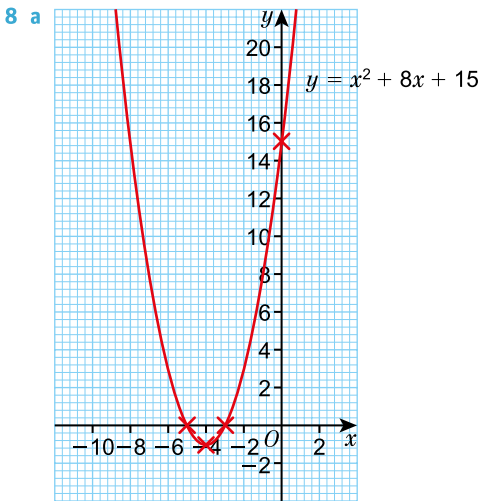
- 4 a**  $y = (x + 1)^2 - 1 - 8$       **b** (-1, -9)      **c** Minimum  
 $y = (x + 1)^2 - 9$

- 5 a** (1, -16), minimum      **b** (-3, 25), maksimum  
**c** (1, -8), minimum      **d** (-2, -27), minimum



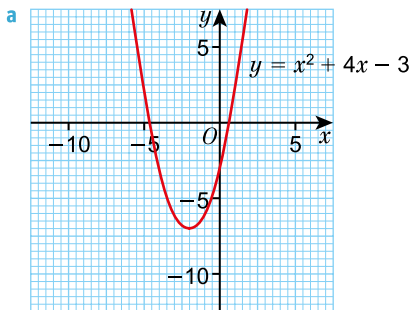
- 7 a**  $-3 < x < 5$   
**b**  $x < -3$  dhe  $x > 5$



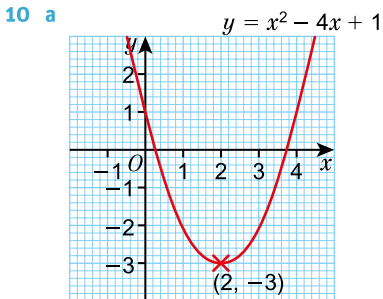


9

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$y$	2	-3	-6	-7	-6	-3	2	9

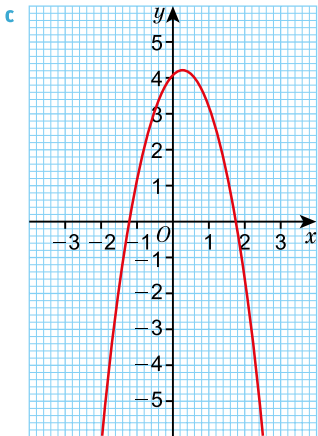


b 0.6, -4.6



$x = 3.7$  dhe  $x = 0.3$

$x = 3.7$  dhe  $x = 0.3$

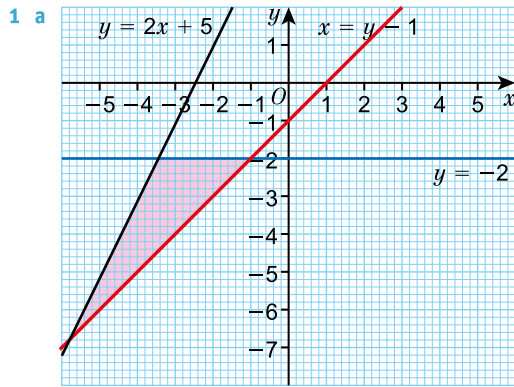


- 11 a  $y = x^2 - 4x + 1$   
 $0 = x^2 - 4x + 1$   
 $x^2 = 4x - 1$   
 $x = \sqrt{4x - 1}$   
 $x_{n+1} = \sqrt{4x_n - 1}$   
c  $x = 3.732$
- b  $x_1 = 3.605551275$   
 $x_2 = 3.663632774$   
 $x_3 = 3.695203796$   
 $x_4 = 3.712252037$   
 $x_5 = 3.721425553$
- 12 a  $x_{n+1} = \sqrt{4x_n - 1}$  b 7.873

Grafikët e ekuacioneve të gradës së tretë

- 1 a i  $x = -1, x = 1, x = -2$  ii (0, -2)  
b i  $x = -1, x = -2, x = -5$  ii (0, 10)  
c i  $x = -1, x = -2, x = 3$  ii (0, 6)
- 2 a Kur  $y = 0$   
 $(x - 3)(x + 4)(x - 1) = 0$   
Pra egzistojnë tre zgjidhje të mundshme:  
 $x - 3 = 0$  prandaj  $x = 3$   
 $x + 4 = 0$  prandaj  $x = -4$ .  
 $x - 1 = 0$  prandaj  $x = 1$   
b Kur  $x = 0$   
 $y = (x - 3)(x + 4)(x - 1)$   
 $y = (0 - 3)(0 + 4)(0 - 1)$   
 $y = 12$
- 3 a Rrënjët: -3, 7, -2    ordinata në origjinë: -42  
b Rrënjët: 10, -2, -1    ordinata në origjinë: 20  
c Rrënjët: 2.5, -2, 1    ordinata në origjinë: 10  
d Rrënjët: 3, 2    ordinata në origjinë: -54

15 Thello njohuritë



- b Sipërfaqja = 6.25 njësi<sup>2</sup>
- 2 a Pesëkëndësh b 540°
- 3 7.5π
- 4 a 1      b 0      c 2      d 0      e 2      f 0
- 5 a i  $y = -a(x + 3)^2 - 4$       ii  $y = a(x - 4)^2 - 3$   
b  $y = ax(x + 3)$
- 6  $6\sqrt{5}$
- 7 a  $x^4 + 5x^3 + 2x^2 - 8x$       b 4
- 8 Ana e djathtë e ekuacionit =  $x(x - 2)(x + 2)$   
 $= x(x^2 - 2x + 2x - 4)$   
 $= x(x^2 - 4)$   
 $= x^3 - 4x$
- 9  $-n^2 + 4n + 20 = -(n - 2)^2 + 24$   
Vlera më e madhe që mund të mari është kur  $n - 2 = 0$ ,  
pra kur  $n = 2$ .
- 10 (0, 15), (1, 16) dhe (6, 21)
- 11  $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 5x + 2$
- 12 a  $x = 0.6, y = 4.2$       b  $x = -2.6, y = -0.4$   
 $x = -3.2, y = 2.7$        $x = 1.6, y = 0.6$   
c  $x = -3.1, y = 6.5$   
 $x = 3.6, y = 3.2$
- 13 5
- 14 a 37° dhe 143°      b 11°, 191°
- 15 a  $\{x : -1 < x < 1.5\}$       b  $\{x : -2 < x < 5\}$

15 Test

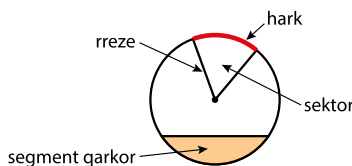
Shembull përgjigje nxënësi

Nxënësi B jep përgjigjen më të saktë pasi ka përdorur të dhënat nga grafiku dhe ekuacioni i dhënë. Nxënësi A ka llogaritur pikën c saktë, por gabim pikën b. Nxënësi C ka gjetur vlera të gabuara për b dhe c.

KAPITULLI 16

16 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a  $3\frac{1}{2}$       b 20      c  $-5\frac{1}{2}$
- 2  $4(x + y)$
- 3 a 2.8      b -4
- 4



- 5 66°
- 6 AC = 5.4 cm; PQ = 7.4 cm

- 7 Duke përdorur teoremen e Pitagorës, të dy trekëndëshat kanë të njejtat gjatësi brinjësh: 12 cm, 13 cm dhe 5 cm, rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BBB).
- 8 Këndi është gjithmonë 90°.

16.1 Rrezja dhe kordat

- 1  $x = 110^\circ$  (këndet në trekëndëshin dybrinjënjëshëm)  
 $y = 145^\circ$  (këndet shtrihen në vijë të drejtë)
- 2 AD i përbashkët;  $\angle ABD = \angle ACD$  dhe  $AB = AC$  (trekëndëshi dybrinjënjëshëm);  $\angle BAD = \angle CAD = 180^\circ - 90^\circ - \angle ABD$  (këndet në një trekëndësh). Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (BKB).
- 3 a  $i = 30^\circ$   
b  $j = 21^\circ$   
c  $k = 64^\circ; l = 116^\circ; m = 32^\circ$
- 4  $\angle PBA = 45^\circ$  (shuma e këndeve që shtrihen në vijë të drejtë është 180°);  
 $\angle PAB = 35^\circ$  (këndet në një trekëndësh).  
Trekëndëshi nuk është dybrinjënjëshëm prandaj AP dhe PB nuk janë rreze.
- 5 a OM i përbashkët; OA = OB (rreze të të njejtit rreth);  
 $\angle OMA = 90^\circ$  (kënde që shtrihen në vijë të drejtë).  
Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (RHS).  
b OAM dhe OBM janë kongruentë, prandaj AM = AB.  
Rrjedhimisht M është mesi i AB.
- 6 a AM = 6 cm Pingulja nga qendra e rrethit në kordë e përgjysmon atë.  
b AO = 10 cm
- 7 OM = 15 cm
- 8 AB = 20 cm
- 9 a 90°      b 65°      c 130°

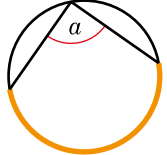
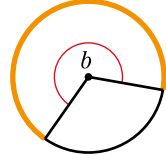
16.2 Tangjentet

- 1 a 58°      b 11.3 cm
- 2 OP i përbashkët; AO = OB (rreze të të njejtit rreth);  
 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ . Rrjedhimisht trekëndëshat janë kongruentë (RHS)
- 3 a  $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është 90°)  
 $\alpha = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 20^\circ = 160^\circ$  (shuma e këndeve në një katërkëndësh është 360°)  
b OA = OB (rreze të të njejtit rreth)  
 $\angle OAB = (180^\circ - 136^\circ) \div 2 = 22^\circ$  (trekëndësh dybrinjënjëshëm)  
 $\angle OAP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është 90°)  
Prandaj  $b = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$
- c OB = OA (rreze të të njejtit rreth)  
 $\angle OBA = \angle OAB = 14^\circ$  (trekëndësh dybrinjënjëshëm)  
 $c = 180^\circ - 14^\circ - 14^\circ = 152^\circ$  (këndet në një trekëndësh)  
 $\angle OAP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes = 90°)  
Prandaj  $d = 90^\circ - 14^\circ = 76^\circ$
- d  $\angle OBP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes = 90°)  
 $\angle ABO = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$   
 $e = \angle ABO = 56^\circ$  (trekëndësh dybrinjënjëshëm)  
 $f = 180^\circ - 56^\circ - 56^\circ = 68^\circ$  (këndet në një trekëndësh)
- e  $g = \angle BAP$  (trekëndësh dybrinjënjëshëm)  
 $g = (180^\circ - 50^\circ) \div 2 = 65^\circ$   
 $\angle OBP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes = 90°)  
Prandaj  $h = 90^\circ - 65^\circ = 25^\circ$
- 4  $\angle OTP = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes = 90°)  
 $\angle TOP = 180^\circ - (90^\circ + 32^\circ) = 58^\circ$  (këndet në një trekëndësh)  
 $\angle SOT = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$  (këndet shtrihen në vijë të drejtë)  
OS = OT (rreze të të njejtit rreth)  
 $x = (180^\circ - 122^\circ) \div 2 = 29^\circ$  (këndet në një trekëndësh)
- 5 OA = OB (rreze të të njejtit rreth); OT i përbashkët;  
 $\angle TAO = \angle TBO = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes

është  $90^\circ$ ). Rrjedhimisht trekëndësat OAT dhe OBT janë kongruentë (RHS). Në trekëndësat kongruentë, këndet homologe janë të barabarta, prandaj  $a = b$  dhe  $x = y$ .

- 6 OT = 15 cm (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes =  $90^\circ$ )

### 16.3 Këndet në rreth 1

- 1 a  b 
- 2  $x = 56^\circ + 52^\circ = 108^\circ$  (këndi i jashtëm është sa shuma e dy këndeve të brendshëm jo të bashkëmbështetur me të)
- 3 a  $a = 140^\circ$  (këndi qendror është dyfishi i këndit rrethor)  
 b  $b = 48^\circ$  (këndi qendror është dyfishi i këndit rrethor)  
 c  $c = 250^\circ$  (shuma e këndeve rreth një pike është  $360^\circ$ )  
 $d = 125^\circ$  (këndi qendror është dyfishi i këndit rrethor)
- 4  $\angle AOB = 180^\circ$ ;  $\angle ACB = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$  këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark.
- 5 a  $a = 90^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$ )  
 $b = 62^\circ$  (këndet në një trekëndësh)  
 b  $c = 16^\circ$  (trekëndësh dybrinjëshëm)  
 $d = 180 - 16 = 74^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$ )  
 c  $f = 30^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$  dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $2f = 60^\circ$   
 d  $g = 100^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 e  $h = 105^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 f  $i = 105^\circ$  (shuma e këndeve rreth një pike është  $360^\circ$ , dhe këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)
- 6 Këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark, prandaj  $a = 230 \div 2 = 115^\circ$
- 7 a  $j = 46^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 b  $a = 138^\circ$  (trekëndësh dybrinjëshëm)  
 $b = 48^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$  dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )
- 8 Këndet janë në të njëjtin hark, këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark. Prandaj  $a = 60^\circ$ .  
 Lucy ka punuar  $30 \div 2$  në vend të  $30 \times 2$ .
- 9  $\angle ABO = \angle ADO = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $\angle DOB = 130^\circ$  (shuma e këndeve në një katërkëndësh është  $360^\circ$ )  
 $\angle BCD = 65^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)

### 16.4 Këndet në rreth 2

- 1  $180 - 2x$
- 2 a  $a = b = c = 50^\circ$  b  $d = 2x$
- 3  $\angle AOB = 2 \times \angle ACB$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark). Në mënyrë të ngjashme,  $\angle AOB = 2 \times \angle ADB$ . So  $\angle ACB = \angle ADB$
- 4 a  $a = 42^\circ$  (këndet rrethorë që bien në të njëjtin hark janë të barabartë)  
 $b = 180 - 90 - 42 = 48^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$  dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 b  $c = 56^\circ$  (këndet rrethorë që bien në të njëjtin hark janë të barabartë)  
 $d = 34^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$  dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 c  $e = f = 55^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve
- rrethorë që bien në të njëjtin hark)
- d  $g = h = (360^\circ - 170^\circ) \div 2 = 95^\circ$  (shuma e këndeve rreth një pike është  $360^\circ$ , këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)
- 5 a  $a = 50^\circ$ ;  $b = 260^\circ$ ;  $c = 130^\circ$   
 b  $a = 100^\circ$ ;  $b = 160^\circ$ ;  $c = 80^\circ$
- 6 a  $2x$  b  $2y$  c  $2x + 2y = 360^\circ$   
 d  $2(x + y) = 2 \times 180$ , so  $x + y = 180$
- 7 a  $a = 85^\circ$  (këndet shtrihen në vijë të drejtë)  
 $b = 95^\circ$  (shuma e këndeve përballë të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
 b  $c = 105^\circ$  dhe  $e = 98^\circ$  (këndet shtrihen në vijë të drejtë)  
 $d = 75^\circ$  dhe  $f = 82^\circ$  shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është )
- 8 a Vizatimet e vetë nxënësve  
 b Këndi  $x$  + Këndi  $y = 180^\circ$  sepse shuma e këndeve që shtrihen në një vijë të drejtë është  $180^\circ$ .  
 këndi  $x$  + këndi  $z = 180^\circ$  sepse shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ .
- 9 a  $a = 72^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
 $b = 108^\circ$  (shuma e këndeve që shtrihen në një vijë të drejtë është  $180^\circ$ )  
 $c = 93^\circ$  (shuma e këndeve të një katërkëndëshi është  $360^\circ$ )  
 b  $d = 41^\circ$  dhe  $e = 32^\circ$  (kënde rrethorë që bien mbi të njëjtin hark)  
 $f = g = 107^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 c  $h = 43^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
 $i = 43^\circ$  (kënde rrethorë që bien mbi të njëjtin hark)  
 $j = 137^\circ$  (shuma e këndeve që shtrihen në një vijë të drejtë është  $180^\circ$ )  
 d  $k = 46^\circ$  dhe  $m = 38^\circ$  (kënde që bien mbi të njëjtin hark)  
 $l = 54^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 e  $n = 116^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
 $p = 26^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$ )
- 10 a Vizatimet e vetë nxënësve.  
 b Këndi OAT =  $90^\circ$  sepse këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është =  $90^\circ$ .  
 Angle OAB =  $90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$ .  
 OA = OB si rreze të të njëjtit rreth.  
 Këndi OAB = këndin OBA sepse këndet e bazës të një trekëndëshi dybrinjëshëm janë të barabarta.  
 Këndi AOB =  $180^\circ - 32^\circ - 32^\circ = 116^\circ$  sepse shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ .  
 Këndi ACB =  $116^\circ \div 2 = 58^\circ$  këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark.
- 11  $72^\circ$ .
- 12  $\angle OAT = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $\angle OAB = 90^\circ - x$   
 OA = OB (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle OAB = \angle OBA$  (këndet e bazës të një trekëndëshi dybrinjëshëm janë të barabarta)  
 $\angle AOB = 180^\circ - (90^\circ - x) - (90^\circ - x) = 2x$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $\angle ACB = 2x \div 2 = x$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 Prandaj  $\angle BAT = \angle ACB = x$
- 15 OM = ON (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle OMN = \frac{1}{2}(180 - y)$  (kënde në një trekëndësh dybrinjëshëm)  
 $\angle OMB = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $\angle BMN = 90 - \angle OMN = 90 - \frac{1}{2}(180 - y) = \frac{1}{2}y$

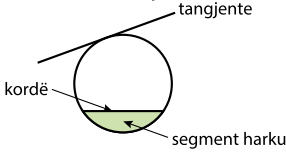
### 16.5 Zbatimi i teoremave në rreth

- 1 a  $a = c = d = f = 44^\circ$ ;  $b = e = g = 136^\circ$   
b  $e$  c  $b$
- 2  $90^\circ$
- 3  $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- 4 a  $g = 38^\circ$  (kënde rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 $h = 98^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $i = 98^\circ$  (kënde të kundërt në kulm)  
 $j = 44^\circ$  (kënde rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
b  $\angle BCD = 150^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkuar në rreth është  $180^\circ$ )  
 $k = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$  dhe këndet e bazës të një trekëndëshi dybrinjënjëshëm janë të barabarta)  
c  $\angle FEH = 69^\circ$  (këndet e bazës të një trekëndëshi dybrinjënjëshëm janë të barabarta)  
 $i = 69^\circ$  (kënde "Z")
- 5 a  $a = 46^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
b  $b = 35^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
 $c = 94^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $d = 94^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
c  $e = 67^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
 $f = 27^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $g = 86^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)
- 6 a  $AT = BT$  (tanentet ndaj rrethit nga e njëjta pikë e jashtme janë të barabarta)  
 $\angle TAB = (180^\circ - 56^\circ) \div 2 = 62^\circ$   
 $a = 62^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
b  $\angle BAC = 90^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$ )  
 $\angle ABC = 63^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $b = 63^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
c  $c = 74^\circ$  (këndet "Z" janë të barabarta)  
 $d = 74^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentes dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
 $e = 32^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )
- 7  $\angle OAT = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
a  $\angle CAO = 180^\circ - 50^\circ - 90^\circ = 40^\circ$  (shuma e këndeve që shtrihen në vijë të drejtë është  $180^\circ$ )  
b  $\angle AOB = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 48^\circ = 132^\circ$  (shuma e këndeve të një katërkëndëshi është  $360^\circ$ )  
c  $\angle AOC = 180^\circ - 40^\circ - 40^\circ = 100^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$  dhe këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjënjëshëm janë të barabarta)  
d  $\angle COB = 360^\circ - 132^\circ - 100^\circ = 128^\circ$  (shuma e këndeve rreht një pike është  $360^\circ$ )  
e  $\angle CBO = (180^\circ - 128^\circ) \div 2 = 26^\circ$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjënjëshëm janë të barabarta)
- 8  $\angle ABO = \angle ADO 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $\angle BOD = 360 - 90 - 90 - 40 = 220^\circ$  (shuma e këndeve të katërkëndëshit ADOB është  $360^\circ$ )  
 $\angle EBO = 90 - 75 = 15^\circ$   
 $\angle BCD = (360 - 90 - 90 - 40) \div 2 = 70^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 $\angle ODC = 360 - 220 - 15 - 70 = 55^\circ$  (shuma e këndeve të katërkëndëshit ODCB është  $360^\circ$ )
- 9  $12y = 5x - 169$
- 10  $4y = -3x + 75$
- 11  $3y = 4x + 50$
- 12  $15y = -8x - 289$

### 16 Zgjidh problemat

- 1  $\angle ABC = 90^\circ$  (këndi mbi diametër është  $90^\circ$ )  
Nga teorema e Pitagorës,  $AC = \sqrt{80}$  so  $r = \frac{1}{2}\sqrt{80}$   
Sipërfaqja  $= \pi r^2 = \pi \times \frac{1}{4} \times 80 = 20\pi$
- 2 a  $n^2 + (n + 1)^2 + 1 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + 1 = 2n^2 + 2n + 2 = 2(n^2 + n + 1)$   
b  $n^2 + (n + 1)^2 + (n + 2)^2 + 1 = n^2 + n^2 + 2n + 1 + n^2 + 4n + 4 + 1 = 3n^2 + 6n + 6 = 3(n^2 + 2n + 2)$
- 3 a Te dyja anët thjeshtohen në  $x + 4$  prandaj janë të barabarta.  
b Raportet e brinjëve homologe janë të gjitha  $x + 4$ , prandaj trekëndëshat janë të ngjashëm.
- 4 a  $\angle YXM = 180 - 65 = 115^\circ$  (kënde që shtrihen në vijë të drejtë)  
 $\angle XMY = 180 - 115 - 30 = 35^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
b  $\angle XZY = 180 - 115 - 30 = 35^\circ$  (këndet rrethorë që bien në të njëjtin hark janë të barabartë)  
c  $\angle VMY = \angle VXY = 55^\circ$  (këndet rrethorë që bien në të njëjtin hark janë të barabartë)  
 $\angle VMX = \angle VMY + \angle XMY = 55 + 35 = 90^\circ$  (kënd i drejtë)
- 5 a  $\angle PRQ = 68^\circ$  (kënde që shtrihen në vijë të drejtë)  
 $\angle PQR = 180 - 68 - 44 = 68^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
Trekëndëshi ka dy kënde të barabarta, prandaj është dybrinjënjëshëm.  
b  $\angle XZY = 180 - (90 + x) = 90 - x$  (kënde që shtrihen në vijë të drejtë)  
 $\angle XYZ = 180 - 2x - (90 - x) = 90 - x$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
Trekëndëshi ka dy kënde të barabarta, prandaj është dybrinjënjëshëm.
- 6 a  $\frac{5}{9}(-40 - 32) = \frac{5}{9}(-72) = -40$   
b Nëse  $F = C$ , atëherë  $\frac{5}{9}(C - 32) = C$ .  
Prandaj  $\frac{5}{9}C - \frac{160}{9} = C$ ;  $-\frac{4}{9}C = \frac{160}{9}$ ;  $C = -40^\circ C$

### 16 Kontrolllo njohuritë

- 1 
- 2 a  $\angle OBA = 50^\circ$  (shuma e këndeve që shtrihen në vijë të drejtë është  $180^\circ$ )  
 $OA = OB$  (rreze të të njëjtin rreth)  
 $\angle OAB = \angle OBA$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjënjëshëm janë të barabarta)  
 $a = 180 - 50 - 50 = 80^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
b  $b = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $c = 180 - 56 - 90 = 34^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
c  $AT = BT$  (tanentet ndaj rrethit nga e njëjta pikë e jashtme janë të barabarta)  
 $\angle TBA = \angle TAB$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjënjëshëm janë të barabarta)  
 $d = (180^\circ - 42^\circ) \div 2 = 69^\circ$   
 $\angle OBT = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $e = 90^\circ - 69^\circ = 21^\circ$
- 3  $OM = 4 \text{ cm}$
- 4 a  $a = 74^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 $b = 106^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkuar në rreth është  $180^\circ$ )  
b  $c = 90^\circ$  (këndi mbi diametër është kënd i drejtë)  
 $d = \angle ACB = 39^\circ$  (këndet rrethorë që bien në të njëjtin hark janë të barabartë)

- 5  $a = 54^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentës dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
 $b = 56^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )
- 6  $12y = 5x - 338$
- 7  $AO = OC$  (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle ACO = \angle OAC = x$  dhe  $\angle BCO = \angle OBC = y$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta)  
 $\angle AOD = 2x$  dhe  $\angle BOD = 2y$  (këndi i jashtëm është sa shuma e dy këndeve të brendshëm jo të bashkëmbështetur me të)  
 $\angle ACB = x + y$   
 $\angle AOB = 2x + 2y = 2(x + y) = 2(\angle ACB)$
- 9 Përgjigjet e vetë nxënësve

## 16 Përpuno njohuritë

### Kordat, rrezet dhe tanentet

- 1 Diagramat e emërtuara saktë nga Nxënësit
- 2 a Diagramat e nxënësve me OA dhe OB të shënuara me gjatësi të njëjtë.  
b Dybrinjëshëm  
c  $\angle OBA = 20^\circ$ ;  $\angle OAB = 20^\circ$ ;  $\angle AOB = 140^\circ$
- 3 a-d Diagramat e vetë nxënësve  
e  $90^\circ$
- 4 a Diagramat e nxënësve me OA & OB dhe AT & BT të shënuara me gjatësi të njëjtë, dhe këndet OAT dhe OBT të shënuara si kënde të drejtë.  
b Dybrinjëshëm  
c  $\angle ABT = 73^\circ$ ;  $\angle OBT = 90^\circ$ ;  $\angle OBA = 17^\circ$
- 5 a OA = 6.5 cm b AM = 6 cm c OM = 2.5 cm

### Teoremat për rrethin

- 1 a, b Diagramat e nxënësve me harkun QR të ngjyrosur  
c  $\angle QPR$  d  $284^\circ$
- 2 a  $49^\circ$  b  $68^\circ$  c  $54^\circ$  d  $288^\circ$
- 3 E kanë shumën  $180^\circ$ .
- 4 a Ciklike b  $\angle QRS$  c  $84^\circ$
- 5 A
- 6 a ABCD b  $\angle BAD = 57^\circ$  c  $\angle BCD = 123^\circ$
- 7 AC është diametër.  
Angle ABC =  $90^\circ$  (kënd mbi diametër)  
Angle ACB =  $54^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )
- 8 Këndet rrethorë janë të barabarta.
- 9 a a dhe b b x dhe y c d dhe e; f dhe g
- 10  $\angle ACB$
- 11  $\angle ACB = 37^\circ$  (këndi ndërmjet tanjentës dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
 $\angle CAB = 68^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )

### Vërtetimet dhe ekuacioni i tanentes në rreth nga një pikë

- 1 a  $\frac{4}{3}$  b  $-\frac{3}{4}$  c  $y = -\frac{3}{4}x + c$   
d  $\frac{25}{4}$  e  $y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$  ose  $4y + 3x = 25$ .
- 2 a  $\angle AOC = 180^\circ$  b AC c  $\angle ABC = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$   
d Këndi mbi diametër është kënd i drejtë.
- 3  $p + r = 180^\circ$ , so  $r = 180 - p$  (kënde që shtrihen në një vijë të drejtë)  
 $p + q = 180^\circ$ , so  $q = 180 - p$  (shuma e këndeve të kundërt në një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )

## 16 Thello njohuritë

- 1  $a = 60^\circ$  (OBC është trekëndësh barabrinjës)  
OA = OB prandaj OAB është dybrinjëshëm (rreze të të njëjtit rreth)  
 $c = \angle OBA = 130^\circ - 60^\circ = 70^\circ$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta)  
 $b = 180 - 70 - 70 = 40^\circ$  (shuma e këndeve në një

trekëndësh është  $180^\circ$ )

- 2 11.0 cm
- 3  $\angle ABC = 90^\circ$ ;  $\angle ACB = 36^\circ$ ;  $\angle BAC = 54^\circ$
- 4  $\angle ADC = \frac{y}{2}$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 $\angle ABC = 180 - \frac{y}{2}$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )
- 5 OB = OC (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle OCB = \angle OBC = (180^\circ - 40^\circ) \div 2 = 70^\circ$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
OA = OC (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle OAC = \angle OCA = (180^\circ - 110^\circ) \div 2 = 35^\circ$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
 $\angle BCA = \angle OCB - \angle OCA = 35^\circ$   
Prandaj AC përgjysmon këndin OCB.
- 6  $\angle ODC = 66^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
OC = OD (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle ODC = \angle OCD$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta)  
 $\angle COD = 180^\circ - 66^\circ - 66^\circ = 48^\circ$  (shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )
- 7  $\angle BCD = 30^\circ$  (shuma e këndeve të kundërt të një katërkëndëshi të brendashkruar në rreth është  $180^\circ$ )  
 $\angle BOD = 60^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
OB = OD (rreze të të njëjtit rreth)  
 $\angle OBD = \angle ODB = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$  (këndet e bazës në një trekëndësh dybrinjëshëm janë të barabarta dhe shuma e këndeve në një trekëndësh është  $180^\circ$ )  
Në trekëndëshin OBD të gjithë këndet janë  $60^\circ$  prandaj është barabrinjës.
- 8 MN = 39 cm
- 9 28.3 mm
- 10  $\angle CDA = x$  (këndet "Z" janë të barabarta)  
 $\angle DCA = x$  (këndi ndërmjet tanjentës dhe një korde është i barabartë me këndet në rreth mbi këtë kordë)  
Në trekëndëshin ACD,  $\angle CDA = \angle DCA$ , rrjedhimisht AC = AD dhe trekëndëshi është dybrinjëshëm.
- 11 OB i përbashkët; OA = OC (rreze të të njëjtit rreth);  
 $\angle OAB = \angle OCB = 90^\circ$  (angle betëeen radius dhe tanent is  $90^\circ$ ). Thereforee trekëndëshi OAB dhe OCB are congruent (RHS) dhe AB = BC (coseresponding sides).
- 12  $\angle OSR = 90^\circ$  (këndi ndërmjet tanentes dhe rrezes është  $90^\circ$ )  
 $\angle PSO = 90 - 62 = 28^\circ$   
 $\angle QOS = 140^\circ$  (shuma e këndeve rreth një pike është  $360^\circ$ )  
 $\angle SPQ = 70^\circ$  (këndet qendrorë janë sa dyfishi i këndeve rrethorë që bien në të njëjtin hark)  
 $\angle PQS = 360^\circ - 220^\circ - 28^\circ - 70^\circ = 42^\circ$  (shuma e këndeve në një katërkëndësh është  $360^\circ$ )
- 13 OA = OB (rreze të të njëjtit rreth); OM i përbashkët;  
AM = MB jep që M mes i AB;  
Trekëndëshat OAM dhe OMB janë kongruentë (BBB)  
AMB është një vijë e drejtë,  $\angle AMO = \angle OMB = 180^\circ \div 2 = 90^\circ$
- 14 Vërtetoni që ABD dhe DCA janë kongruentë duke përdorur KBK, RHS ose BKB

## 16 Test

### Shembull përgjigje nxënësje

Të dy nxënësit gjetën përgjigjen e saktë për vlerën e këndit OBT. Nxënësi A dha përgjigjen më të mirë pasi dha shpjegim për të gjitha veprimet. Megjithatë, përgjigjja e nxënësit A mund të përmirësohej duke shkurtuar llogaritjet në mënyrë që të mos humbasë pikë në rubrikën e metodës nëse do bënte ndonjë gabim në veprim.



KAPITULLI 17

17 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 84  
2 a  $\frac{2}{55}$  b  $\frac{43}{36}$  ose  $1\frac{7}{36}$  c  $\frac{3}{8}$  d  $\frac{25}{27}$   
3 a  $5\sqrt{2}$  b  $4\sqrt{5}$   
4 a  $14 - 35x$  b  $2x^2 + 5x - 12$  c  $4x^2 - 4x + 1$   
5 a  $n = 40$  b  $p = 5$  c  $d = 9$   
6 a  $x = \frac{y-7}{4}$  b  $x = \frac{E-h}{3h}$  c  $x = \frac{y}{4} - 1$  d  $x = \frac{3P-1}{6}$   
7 a  $y^8$  b  $28y^6$  c  $y^7$  d  $\frac{2y^5}{5}$   
8 a  $(x+1)(x+5)$  b  $(x-10)(x+3)$   
c  $(x-2)(x-3)$  d  $(x-6)(x+6)$   
9 a  $x = -5, -6$  b  $x = 1, 11$  c  $x = -1, -\frac{7}{2}$   
10  $x = \frac{-5 \pm \sqrt{17}}{2}$   
11  $x = -4 \pm \sqrt{6}$   
12 a Përgjigjet e vetë nxënësve, p.sh. 1, 2, 3, 4 dhe 5.  
b Përgjigjet e vetë nxënësve, p.sh. 15.  
c Përgjigjet e vetë nxënësve, p.sh.  $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ ,  $3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 25$ ,  $4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 30$ ,  $5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 35$ .  
d Shuma e 5 numrave të vazhdueshëm është shumëfish i 5.  
e  $n + (n+1) + (n+2) + (n+3) + (n+4) = 5n + 10$

17.1 Transformimi i formulës

- 1 a  $a = \frac{v-u}{t}$  b  $r = \frac{C}{2\pi}$  c  $h = \frac{2A}{b}$  d  $r = \sqrt{\frac{A}{\pi}}$   
e  $t = x^2$  f  $s = \frac{r^2}{3}$   
2 a  $y(x+2)$  b  $q(p-1)$  c  $k(a-4)$   
3  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$   
4  $x = H^2 + y$   
5 a  $x = \left(\frac{T^2 k}{4p^2}\right)$  b  $x = \frac{16}{y^2}$  c  $x = \frac{zP^2}{y}$   
d  $x = -1 + \sqrt{\frac{L}{3}}$   
6 a  $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4p}}$  b  $x = \sqrt[3]{\frac{V}{4}}$  c  $x = \frac{y^3}{5}$  d  $y = \frac{x}{z^3}$   
7  $y = \frac{h}{3+x}$   
8  $d = \frac{H+ac}{a-b}$   
9 a  $y = \frac{m-2}{2x}$  b  $x = \frac{m-2}{2y}$   
10 a Nuk mund të kemi x në të dy anët e formulës.  
b Zoe duhet të kishte faktorizuar x-in në fillim.  
c  $x = \frac{H-7}{y+2}$   
11  $x = \frac{1}{V-7}$   
12  $k = \frac{2t}{t-1}$

17.2 Thyestat algjebrike

- 1 a  $\frac{29}{36}$  b  $\frac{85}{99}$  c  $-\frac{1}{20}$   
2 a  $\frac{10}{77}$  b  $\frac{54}{35}$  c  $\frac{5}{16}$   
3 a  $\frac{x^2}{6}$  b  $\frac{6xy}{20} = \frac{3xy}{10}$  c  $\frac{12}{45y^2} = \frac{4}{15y^2}$   
4 a  $\frac{3x}{2y^2}$  b  $\frac{5y^4}{3x^2}$  c  $\frac{3x^4}{2y^2}$   
5 a  $\frac{4}{3}$  b  $x^4 y^2$  c  $\frac{5}{4x^2 y^4}$  d  $\frac{5y}{y-7}$   
6 a  $\frac{8x}{10} = \frac{4x}{5}$  b  $\frac{13x}{12}$  c  $\frac{5x}{14}$

- 7 a  $10x$  b  $6x$  c  $28x$  d  $12x$   
8 a  $\frac{3}{12x}$  dhe  $\frac{4}{12x}$  b  $\frac{7}{12x}$   
9 a  $\frac{11}{18x}$  b  $\frac{1}{20x}$  c  $\frac{13}{18x}$   
10 a  $\frac{x-4}{2} = \frac{5(x-4)}{5 \times 2} = \frac{5x-20}{10}$  b  $\frac{x+7}{5} = \frac{2(x+7)}{2 \times 5} = \frac{2x+14}{10}$   
c  $\frac{7x-6}{10}$   
11 a  $\frac{5x+8}{6}$  b  $\frac{5x+41}{14}$  c  $\frac{x+67}{36}$   
12  $\frac{9x+24}{10}$   
13  $a = \frac{b}{b-1}$   
14  $u = v f(v-f)$

17.3 Thjeshtimi i thyesave algjebrike

- 1 a  $\frac{1}{x^2}$  b  $5x^2$  c  $5x^2$   
2 a  $(x-6)(x-3)$  b  $(x-9)(x+9)$  c  $(5x+1)(x+4)$   
3 a  $\frac{1}{y}$  b  $\frac{1}{3}$  c  $1(x-7)$   
d  $\frac{x+2}{x-5}$  e  $\frac{x-3}{x}$  f  $\frac{x}{x-1}$   
4 a  $x(x-6)$  b  $x$   
5 a  $x+8$  b  $3x$  c  $\frac{5}{2x}$   
6 a Silva është gabim pasi dy shprehjet në emërues nuk kanë asnjë të përbashkët. Emëruesi nuk mund të faktorizohet.  
b Shprehja nuk mund të thjeshtohet pasi emëruesi nuk mund të faktorizohet.  
7 a  $\frac{2}{x+5}$  b  $\frac{x-3}{5}$   
8 a  $\frac{x+3}{x-3}$  b  $\frac{x-5}{x+7}$  c  $\frac{x-5}{x+5}$   
9  $\frac{x+7}{x-7}$   
10 a  $\frac{2x-3}{3x-2}$  b  $\frac{5x-1}{6x+5}$  c  $\frac{5x-1}{5x+1}$   
11  $\frac{x+4}{2x-3}$   
12 a  $(6-x) = -(x-6)$  b i -1 ii  $-\frac{6+x}{x+3}$   
13 a  $-\frac{4+x}{x}$  b  $\frac{x-6}{2(x+6)}$  c  $\frac{2x}{2x-3}$   
14 Numëruesi:  $(x+4)(x-3)(x+3)(x-1)(2x)(5x+6)$   
Emëruesi:  $(3-x)(3+x)(5x+6)(x+4)(7)(x-1)$   
 $\frac{x-3}{3-x} = -1$ ; faktorët e tjerë thjeshtohen dhe kemi  $-\frac{2x}{7}$

17.4 Më shumë thyesa algjebrike

- 1 a  $\frac{15x}{y}$  b  $\frac{75}{4}$  c  $\frac{3x}{x-2}$   
2 a  $\frac{13x}{15}$  b  $\frac{5}{24x}$  c  $\frac{7x+11}{12}$   
3 a  $(x+3)(x-4)$  b  $\frac{x+2}{x+5}$  c  $\frac{x(x+4)}{x-2}$   
d  $\frac{8}{3}$  e  $\frac{2x-2}{x+7}$  f  $\frac{x(x+4)}{x-2}$   
4 a  $(x-3)(x+3)$  b  $(x+2)(x+)$   
3)  
c  $\frac{2x-6}{x+2}$   
5 a  $\frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)}$  b  $\frac{7(x+7)}{(x-3)(x-7)}$   
6 a  $x(x+2)$  b  $(x+2)(x+3)$   
c  $(x+4)(x+5)$  d  $(x+1)(x-1)$   
e  $(7x-3)(2x-4)$   
7 a  $\frac{2x+9}{(x+4)(x+5)}$  b  $\frac{7x+1}{(x+1)(x-1)}$   
c  $\frac{6x+26}{(x-5)(x+3)}$  d  $\frac{7}{(2x-3)(2x+4)}$

- 8  $\frac{x+10}{(x-4)(x+3)}$
- 9 a  $\frac{1}{3(x+3)}$  ii  $4(x+3)$  b  $12(x+3)$  c  $\frac{7}{12(x+3)}$
- 10 a  $\frac{(x-4)(x+4)}{(x+4)(x-4)}$  b
- 11 a  $\frac{-x}{(3x+5)(x+1)}$  b  $\frac{1-x}{2(x+1)(x+6)}$
- c  $\frac{4x-1}{(x+2)(x+4)(x-7)}$  d  $\frac{-11-3x}{(5-x)(5+x)}$
- 12  $\frac{x^2+3x-2}{10x(x-1)}$
- 13 Përgjigjet e vetë nxënësve.  $A = 5$

### 17.5 Numra irracionalë

- 1 a 5 b  $3\sqrt{3}$  c  $8\sqrt{2}$
- 2 a  $\sqrt{3}$  b  $\sqrt{30}$  c  $\sqrt{\frac{5}{7}}$
- 3 a  $\sqrt{50} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ ,  $k = 5$  b  $k = 23$  c  $k = 4$
- 4 a  $\frac{\sqrt{10}}{10}$  b  $\frac{\sqrt{15}}{5}$  c  $\sqrt{2}$
- 5 a i  $3\sqrt{5}$  ii  $2\sqrt{5}$  b  $23\sqrt{5}$
- 6 a  $\sqrt{3}$  b  $22\sqrt{2}$  c  $15\sqrt{2}$
- 7 a  $\sqrt{12} + 2 = 2\sqrt{3} + 2 = 2(\sqrt{3} + 1)$  b  $3(3 + \sqrt{6})$  c  $3(6 - \sqrt{5})$  d  $5(\sqrt{3} - \sqrt{2})$
- 8 a  $4\sqrt{5} + 5$  b  $11 + 5\sqrt{7}$  c  $22 + 2\sqrt{2}$  d  $6 - 4\sqrt{2}$
- e  $26 - 8\sqrt{10}$  f  $52 + 14\sqrt{3}$
- 9  $30 - 10\sqrt{5}$ .  $a = 30$ ,  $b = -10$ ,  $c = 5$
- 10 a i  $53 - 6\sqrt{2}$  ii  $12 + 4\sqrt{8} = 12 + 8\sqrt{2}$
- b Perimetri i figurës së parë është 32 njësi, që është numër racional. Perimetri i figurës së dytë është  $8 + 4\sqrt{8}$  ose  $8 + 8\sqrt{2}$ , që është numër irracional.
- 11 a  $\frac{(3\sqrt{2} + 2)}{2}$  b  $2\sqrt{3} - 1$  c  $\frac{(19\sqrt{7} - 7)}{7}$  d  $\sqrt{5} + 1$
- 12  $a = -3$ ,  $b = 4$
- 13 a 4 b Racional
- c Përgjigja është racionale pasi është numër i plotë.
- d i Jo. 12 -  $5\sqrt{2}$  ii Jo. 51 +  $14\sqrt{2}$  iii Po. 47
- e  $\frac{(7 - \sqrt{2})}{47}$
- 14 a  $\frac{(1 - \sqrt{2})}{-1}$  b  $\frac{5 + \sqrt{3}}{22}$  c  $\frac{7(4 + \sqrt{5})}{11}$  d  $\frac{4(1 - \sqrt{6})}{-5}$
- e  $\frac{5 + \sqrt{5}}{-4}$  f  $\frac{25 + 7\sqrt{2}}{31}$
- 15 a  $x = 3 \pm 2\sqrt{2}$  b  $x = 5 \pm 2\sqrt{3}$  c  $x = 8 \pm 2\sqrt{14}$

### 17.6 Zgjidhja e ekuacioneve algjebrike thyesore

- 1 a  $2(x+3)$  b  $4(x+4)$
- 2 a  $\frac{5}{x}$  b  $\frac{4}{2x} = \frac{2}{x}$  c  $\frac{10}{x-6}$
- 3 a  $x = -2$ ,  $x = -4$  b  $x = \frac{11}{2}$ ,  $x = 1$
- c  $x = 4$ ,  $x = 1$
- 4  $x = 1.40$ ,  $x = -4.06$
- 5 a  $x = \frac{5}{4}$  b  $x = \frac{11}{7}$  c  $x = -\frac{11}{2}$
- 6 a  $x = -\frac{5}{3}$ ,  $x = 4$  b  $x = \frac{3}{2}$ ,  $x = -2$
- c  $x = -\frac{7}{5}$ ,  $x = 2$  d  $x = \frac{5}{2}$ ,  $x = -4$
- 7  $6x - 9 + 2x + 2 = 2x^2 + 2x - 3x - 3$   
 $8x - 7 = 2x^2 - x - 3$   
 $-2x^2 + 9x - 4 = 0$   
 $(2x - 1)(-x + 4)$   
 $x = \frac{1}{2}$ ,  $x = 4$
- 8 a Përgjigjet e vetë nxënësve b  $x = 1$ ,  $x = 9$
- 9 a  $x = 3$  b  $x = 0$ ,  $x = 8$
- c  $x = 1$ ,  $x = 2$  d  $x = -4$ ,  $x = 1$
- e  $x = 3$ ,  $x = -2$
- 10 a  $x = 0.29$ ,  $x = -10.29$  b  $x = 1.21$ ,  $x = -1.81$
- c  $x = 6.37$ ,  $x = 0.63$  d  $x = 5.70$ ,  $x = -0.70$

11  $x = 6 \pm \sqrt{31}$

### 17.7 Funkzionet

- 1 a  $x \rightarrow x \times 2 \rightarrow +5 \rightarrow y$  b  $x \rightarrow \div 2 \rightarrow -6 \rightarrow y$
- c  $x \rightarrow +1 \rightarrow \times 3 \rightarrow y$
- 2 a  $x = \frac{7}{5}$  b  $x = \frac{16}{7}$
- 3 a  $H = 12t$  b  $P = \frac{y}{6}$  c  $y = (h+3)^2 = h^2 + 6h + 9$
- 4 a 2 b -5 c 20 d  $-\frac{1}{2}$
- 5 a Altini shumëzoi në fillim 5 me 2 për të marrë 10. Më pas ajo ngrejti 10 në katrorë, për të marrë 100.
- b 20
- 6 a 54 b -2 c  $\frac{1}{4}$  d -250
- 7 a 5 b 56 c 480 d 2.5
- e 600 f -33
- 8 a  $a = 3$  b  $a = \frac{3}{5}$  c  $a = -\frac{4}{5}$
- 9 a  $a = \pm 5$  b  $a = \pm 2$  c  $a = \pm 2\sqrt{2}$  d  $a = \pm 2\sqrt{5}$
- 10 a  $a = 0$ ,  $a = -3$  b  $a = 1$ ,  $a = -5$
- c  $a = -1$ ,  $a = -2$  d  $a = -1$ ,  $a = -3$
- 11 a  $5x + 1$  b  $5x - 13$  c  $10x - 8$  d  $35x - 28$
- e  $10x - 4$  f  $20x - 4$
- 12 a  $3x^2 + 3$  b  $6x^2 - 8$  c  $12x^2 - 4$  d  $3x^2 - 4$
- 13 a 11 b 71 c -40 d -58
- 14 a  $-4x + 13$  b  $37 - 4x$
- c  $4x^2 + 25$  d  $16x^2 - 24x + 16$
- e  $-x^2 + 3$  f  $107 - 20x + x^2$
- 15 a  $x \rightarrow \frac{x-9}{4}$  b  $x \rightarrow 3(x+4)$
- c  $x \rightarrow \frac{x}{2} - 6$  d  $x \rightarrow \frac{x+1}{7} + 4$
- 16 a  $x \rightarrow \frac{x}{4} + 1$  b  $x \rightarrow \frac{x}{4} - 1$  c  $x \rightarrow \frac{x}{2}$  d  $a = 2$

### 17.8 Vërtetime

- 1 a çift dhe tek b vetëm çift
- c çift dhe tek d vetëm tek
- e çift dhe tek
- 2 a  $x^2 - x$  b  $x^2 + 6x + 9$  c  $4x^2 + 2x$
- 3 a Identitet b Ekuacion ( $n = 3$ )
- c Identitet d Ekuacion ( $n = \frac{7}{3}$ )
- 4 Përgjigjet e vetë nxënësve.
- 5 a Përgjigjet e vetë nxënësve.
- b i 9999 (përdor  $100^2 - 1$ ) ii 39999 (përdor  $200^2 - 1$ )
- 6 a  $(x+5)(x+2) = x^2 + 7x + 10$
- b  $x(x+1) = x^2 + x$
- c  $x^2 + 7x + 10 - (x^2 + x) = 6x + 10$
- 7  $x(3x+4) - 5x = 70$   
 $3x^2 + 4x - 5x - 70 = 0$   
 $3x^2 - x - 70 = 0$
- 8 a 2 është i thjeshtë.
- b Çdo numër më i vogël se 1 në fuqi të tretë është më i vogël se katrori i tij.
- c Për shembull  $-5 - -2 = -3$ ,  $-5 + -2 = -7$
- d Për shembull  $16 - 4 = 12$ .
- 9  $2n + 1 + 2n = 4n + 1 = \text{tek}$ .
- 10 a Numri i ardhshëm çift është dy më i madh (sepse numri i ardhshëm, që është një më i madh, është tek)
- b  $(2n)(2n+2) = 4n^2 + 4n = 4(n^2 + n)$ . Plotëpjestohet me 4.
- 11  $(2n+1)(2n-1) = 4n^2 - 1$ .  $4n^2$  është çift, prandaj  $4n^2 - 1$  është tek.
- 12  $2x - 2a = x + 5$   
 $x = 2a + 5$   
 $2a$  është çift, çift + tek = tek
- 13 a i  $\frac{1}{30}$  ii  $\frac{1}{12}$  iii  $\frac{1}{56}$  b  $\frac{1}{90}$
- c Do të jetë 1 pjestim 99 shumëzim 100.
- d i  $\frac{1}{x(x+1)}$
- ii Kjo tregon se diferenca midis dy thyesave me 1 në numërues dhe numra të njëpasnjëshëm në emërues do të jetë 1 pjesëtar me prodhimin e emëruesave.



Kapitulli 17 Përgjigjet

- 14  $A = 4$   
15  $n^2 + n = n(n + 1)$   
Kur  $n$  is çift,  $\text{even} \times \text{tek} = \text{çift}$   
Kur  $n$  is tek,  $\text{tek} \times \text{çift} = \text{çift}$   
16  $b \ n^3 - n = (n-1)n(n+1)$   
 $= \text{çift} \times \text{tek} \times \text{çift} = \text{çift}$   
Ose  $= \text{tek} \times \text{çift} \times \text{tek} = \text{çift}$   
17  $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$   
 $(n+1) + n = 2n + 1$

17 Zgjidh problemat

- 1 6370 km  
2 a 3390 km    b 3.73 m/s<sup>2</sup>  
3 11.29 m/s<sup>2</sup>  
4 7320 km

17 Kontrolllo njohuritë

- 1 a  $20\sqrt{2}$     b  $23 - 8\sqrt{7}$   
2 a  $\frac{3\sqrt{5} - \sqrt{10}}{5}$     b  $6 + 3\sqrt{3}$   
3 a  $x \rightarrow 2x + 5$     b  $x \rightarrow \frac{x-4}{3}$   
4 a 26    b -16    c 96    d -20  
5  $y = \frac{x+1}{z^3}$   
6  $y = \frac{9-3x}{5x+2}$   
7  $k = \frac{4p^2x}{T^4}$   
8 a 29    b  $a = \pm\sqrt{\frac{7}{2}}$   
9 a  $\frac{x-2}{3}$     b  $\frac{x-4}{x+1}$   
10 a  $\frac{1}{6x}$     b  $\frac{4x-11}{(x+4)(x-5)}$     c  $\frac{16-2x}{(x-6)(x-1)}$   
11 a  $\frac{8x^2}{9y^5}$     b  $\frac{3(x+10)}{4(x+1)}$   
12  $x = -1 \pm \sqrt{2}$   
13 Përgjigjet e vetë nxënësve.  
14 Përgjigjet e vetë nxënësve, p.sh.  $1^3 + 3^3 = 28$  ose  $2^3 + 4^3 = 72$   
16 a  $(2n+1) + (2n+3) = 4n+4$   
b  $2n + (2n+2) + (2n+4) = 6n+6$   
c  $(2n+1) + (2n+3) + (2n+5) + (2n+7) = 8n+16$

17 Përpuno njohuritë

Brënjtë iracionale

- 1 a 3    b  $\sqrt{7}$     c 4    d  $6\sqrt{5} - 5$     e  $9\sqrt{5}$   
2 a  $4\sqrt{3}$   
b  $\frac{4 + \sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{4 + \sqrt{11}}{\sqrt{11}} \times \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{4 \times \sqrt{11} + \sqrt{11} \times \sqrt{11}}{\sqrt{11} \times \sqrt{11}} = \frac{4\sqrt{11} + 11}{11}$   
c  $\frac{8\sqrt{5} - 5}{5}$   
3 a  $1 + 2\sqrt{7}$     b  $27 - 10\sqrt{2}$     c 4    d -7  
e 9    f Përgjigjet e vetë nxënësve  
g i  $6 - \sqrt{8}$     ii  $3 + \sqrt{11}$   
4 a  $\frac{40 + 8\sqrt{2}}{23}$     b  $14 - 7\sqrt{3}$     c  $\frac{42 + 6\sqrt{10}}{39} = \frac{14 + 2\sqrt{10}}{13}$

Formulat dhe funksionet

- 1 a i  $y^2 = 3$     ii  $y^2 = x$     iii  $y^2 = 3x - 1$     b  $x = \frac{y^2 + 1}{3}$   
2 Rishkruani formulën që të mos ketë thyesë.  $xy = 7 + y$   
Kaloni të gjithë termat që kanë y në anën e majtë dhe termat e mbetura në anën e djathtë  $xy - y = 7$   
Faktorizoni y që të shfaqet vetëm një herë.  $y(x - 1) = 7$   
Veçoni y në anën e majtë.  $y = \frac{7}{x-1}$   
3  $y = \frac{1}{F+5}$   
4 a  $y = 1$     b  $f(2) = 1$   
c i  $f(5) = 16$     ii  $f(-3) = -24$     iii  $f(0) = -9$

- 5 a i  $x = \frac{1}{8}$     ii  $x = \frac{2}{7}$   
b i  $a = \frac{1}{8}$     ii  $a = \frac{2}{7}$   
c  $a = \frac{4}{9}$   
6 a 2    b 35    c 70    d 8  
e 70    f  $4x^2 - 1$   
g i 8    ii 24    iii 5    iv 0  
7  $y = \frac{x+4}{5}$   
8 a  $y = \frac{x+9}{2}$     b  $y = \frac{x}{3} + 5$     c  $y = 2x - 4$     d  $y = \frac{5}{2}x - 1$

Thyesat algjebrike

- 1 a  $\frac{1}{2}$     b  $x$     c  $\frac{x-8}{x+7}$     d  $\frac{x+5}{x-2}$   
e  $\frac{(x+4)(x-2)}{(x+8)(x-4)}$     f  $\frac{5(x+1)}{9(x-1)}$   
2 a i  $\frac{3}{4}$     ii  $\frac{3}{2}$     iii  $\frac{1}{x^2}$     iv  $\frac{y^4}{1}$   
b  $\frac{9y^4}{8x^2}$   
3 a  $\frac{4x^2}{9y}$     b  $\frac{8x}{9y^3}$   
4 a i  $3(x+6)$     ii  $x(x+6)$     b  $\frac{3}{x}$     c  $\frac{x-5}{2}$   
5 a  $\frac{8x+32}{x^2+12x+32} = \frac{8(x+4)}{(x+4)(x+8)} = \frac{8}{(x+8)}$   
b  $\frac{x+8}{x-9}$     c  $\frac{x-8}{x+3}$   
6 a i  $3(x+3)$     ii  $(x+6)(x+3)$     iii  $(x+3)(x+5)$   
iv  $2(x+5)$   
b i  $\frac{3(x+3)}{2(x+6)}$     ii  $\frac{2(x+6)}{3(x+3)}$   
7 a  $x = 8, x = -7$     b  $x = 9, x = -7$   
c  $x = 3, x = -2$     d  $x = -5, x = 2$   
8 a  $x(x-1)$   
b i  $\frac{3(x-1)}{x(x-1)}$     ii  $\frac{2x}{(x-1)x}$     c  $\frac{(5x-3)}{x(x-1)}$     d  $x = 3 \pm \sqrt{6}$   
9  $\frac{5-2x}{x^2-5x+4}$

Vërtetime

- 1 a  $x^2 - 8x + 16$     b  $x^2 - 8x + 7$     c  $x^2 - 8x + 7$   
d Nxënësit të tregojnë se njëra anë e identitetit është njësoj me anën tjetër.  
2 Nxënësit të tregojnë punën për të vërtetuar se ana e majtë është e barabartë me anën e djathtë.  
3 a 1, 8, 27, 64, 125  
b Përgjigjet e vetë nxënësve, p.sh.  $64 - 8 = 56$

17 Thello njohuritë

- 1 a Nxënësit duhet të tregojnë se të dyja përgjigjet janë të sakta.  
b Përgjigjia e Ruthit konsiderohet më e saktë sepse emëruesi është pozitiv.  
c  $x = \sqrt{\frac{P-3d}{2}}$   
2  $R_2 = \frac{RR_1}{(R_1 - R)}$   
3 a  $\frac{1}{d} = \frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{a}$   
b Nxënësit duhet të tregojnë të gjithë veprimet e tyre në gjetjen e d-së.  
4 a  $x = -\frac{5}{2}, x = 4$     b  $x = \frac{10 \pm 2\sqrt{5}}{5}$   
5 a Përgjigjet e vetë nxënësve  
b Duke përdorur shprehje të barazvlefshme, është  $\frac{9}{10}$ .  
6 a -21    b  $15 - 16x$   
c i  $f^{-1}(x) = \frac{x-3}{-4} = \frac{x}{-4} + \frac{3}{4}$     ii  $g^{-1}(x) = \frac{x-3}{4} = \frac{x}{4} - \frac{3}{4}$   
d Kur dy funksionet mblidhen bashkë, termat me x dhe numrat eliminojnë njëra-tjetrën, duke lënë 0. Nxënësit duhet ta tregojnë këtë gjë.  
7 a i  $x^2 + 13$     ii  $x^2 + 14x + 55$   
b  $x = -3$

- 8 a i  $x$  ii  $x$   
 c Po, sepse  $fg(x) = gf(x) = x$ , funksionet janë të anasjelltë.  
 d Këto dy funksione janë të anasjelltë. Nxënësit duhet të tregojnë se  $fg(x) = gf(x) = x$ .  
 9 Nxënësit duhet të tregojnë punën e tyre.  
 Faktorët thjeshtohen për të lënë  $-1$  si  $(7 - x) = -(x - 7)$ .  
 10 Nxënësit duhet të tregojnë se shprehja thjeshtohet në  $12n$ , që është shumëfish i  $12$ .  
 11  $A = -4$  dhe  $B = 1$   
 12 a  $r = \sqrt{\frac{Gm_1m_2}{F}}$   
 b  $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$

## 17 Test

### Shembull përgjigje nxënësi

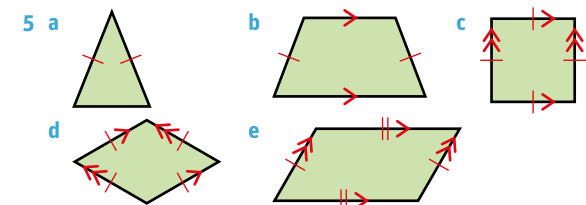
Nxënësi ka bërë një gabim kur ka shumëzuar të dyja anët me  $(b - 5)$ :  $a \times (b - 5) = ab - 5a$ , jo  $ab - 5$ .

Nxënësi mund ta evitonte këtë gabim duke i vendosur termat në kllapa para se t'i shumëzonte ato, gjë që do e kujtonte të shumëzonte të DY termat në kllapa me  $a$ .

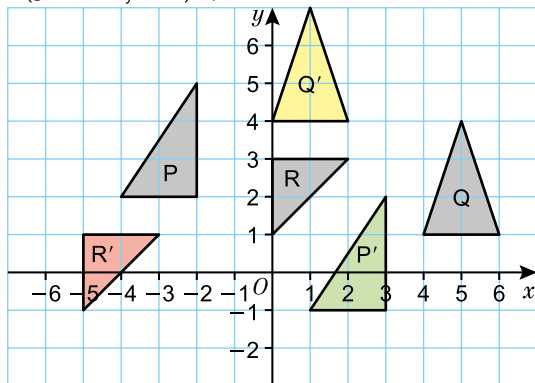
## Kapitulli 18

### 18 Kontrolli i njohurive të mëparshme

- 1 a 2:3 b 1:3 c 2:1  
 2 a  $LM = \frac{5}{7}LX$  b  $MX = \frac{2}{7}LX$  c  $LX = \frac{7}{2}MX$   
 3 a  $3\sqrt{3}$  b  $4\sqrt{5}$  c  $5\sqrt{3}$  d  $4\sqrt{7}$   
 4 a  $3x + 5y$  b  $6x - 9$  c  $10a + 4b$



- 6 7.62 (3 shifra kryesore) 7

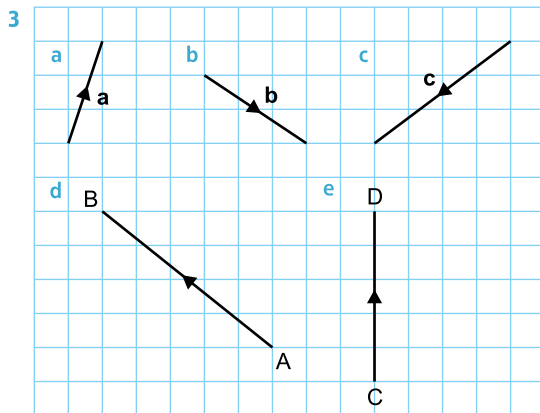


- 8 a  $9.59^\circ$  b  $9.59^\circ$

### 18.1 Vektorët dhe simbolika vektoriale

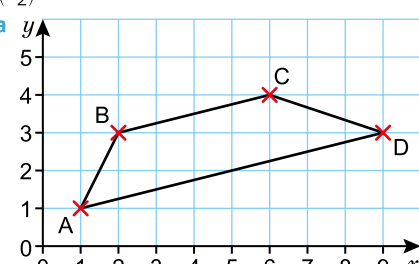
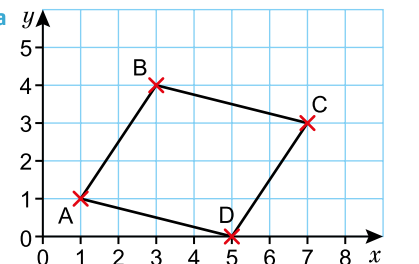
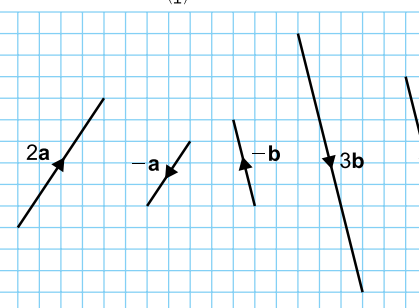
- 1 a  $\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \end{pmatrix}$   
 2  $2\sqrt{13}$

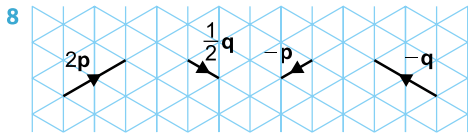
## Kapitulli 18 Përgjigjet



- 3 a  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$   
 4 a dhe d  
 5 6.40  
 6 a 10 b 13 c  $\sqrt{10}$  d 17 e  $2\sqrt{13}$   
 7 a  $AB = 25$  b  $AC = 25$ , as  $AB = AC = 25$  trekëndëshi ABC është dybrinjënjëshëm  
 8 a  $\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$  b  $2\sqrt{13}$  ose 7.21  
 9 (-1, -1)

### 18.2 Aritmetika e vektorëve

- 1 a  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$   
 2  $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$   
 3 a  b  $\begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$  c Trapez d  $\vec{AD} = 2\vec{BC}$   
 4 a  b i  $\begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$   $\vec{BC} = -\vec{CB}$   
 c i  $\vec{AB} = \vec{DC}$  ii  $\vec{AD} = -\vec{CB}$   
 5 Paralelogram  
 6 a (2, 6) b  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  c  $2\sqrt{5}$   
 7 

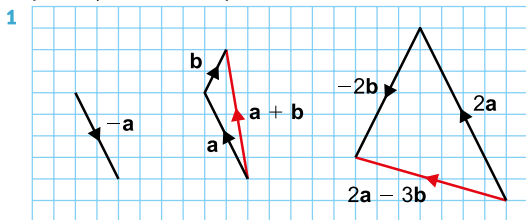


- 9 a  $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -8 \\ -4 \end{pmatrix}$  d  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix}$
- 10  $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
- 11 a Vizatimet e nxënësve b  $\begin{pmatrix} 8 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 12 a  $\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
- 13 a i  $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$  b i  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- 14  $\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$
- 15 a  $\begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$  d  $\begin{pmatrix} 3 \\ -3 \end{pmatrix}$  e  $\begin{pmatrix} -2 \\ 10 \end{pmatrix}$
- 16 Përgjigjet e vetë nxënësve

### 18.3 Më shumë aritmetikë me vektorët

- 1 a  $\begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$  b 6.1
- 2  $\begin{pmatrix} 2 \\ -6 \end{pmatrix}$
- 3 a  $\begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix}$  b  $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
- 4 a  $\sqrt{10}6$  b  $6\sqrt{2}$  c  $4\sqrt{13}$  d  $2\sqrt{10}$
- 5 a  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  b  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}$
- 6 a  $\frac{1}{2}\mathbf{a}$  b i  $\begin{pmatrix} -6 \\ -4 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 7 a  $2\mathbf{b}$  b  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$  c  $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$
- 8 a SR është paralel me PQ prandaj  $\overrightarrow{SR} = \overrightarrow{PQ} = \mathbf{a}$   
b i  $\mathbf{b}$  ii  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$
- 9 a i  $\mathbf{p} + \mathbf{q}$  ii  $\mathbf{q} - \mathbf{p}$  b  $\frac{1}{2}(\mathbf{p} + \mathbf{q})$
- 10 a  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  b S është mesi i PR.
- 11 a ED është paralel dhe i barabartë me AB, prandaj  $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AB} = \mathbf{n}$   
b i  $\mathbf{m}$  ii  $\mathbf{p}$   
c i  $\mathbf{n} + \mathbf{m}$  ii  $\mathbf{n} + \mathbf{m} + \mathbf{p}$   
d  $\mathbf{n} + \mathbf{m}$
- 12 a  $\mathbf{r}$  b  $-\mathbf{s}$  c  $\frac{1}{2}\mathbf{r}$  d  $\mathbf{s} + \frac{1}{2}\mathbf{r}$
- 13 a  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EF}$  dhe  $\overrightarrow{IJ}$  b i  $3\mathbf{p} - 3\mathbf{q}$  ii  $6\mathbf{a} - 6\frac{1}{2}\mathbf{b}$
- 14 a  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  b  $\frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$  c  $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$
- 15 a  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  b  $\frac{1}{2}\mathbf{a}$  c  $\frac{1}{2}\mathbf{b}$  d  $\frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$

### 18.4 Vektorë paralelë dhe pika në një drejtëz (kolineare)



- 2 a  $\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$
- 3  $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 4  $\begin{pmatrix} 0.5 \\ -0.5 \end{pmatrix}$
- 5  $\begin{pmatrix} 11 \\ -2 \end{pmatrix}$

6 a  $\begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  d  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

7  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$

8 a  $\overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}; \overrightarrow{OQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

b i  $\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 20 \\ -16 \end{pmatrix}$

c  $\begin{pmatrix} 20 \\ -16 \end{pmatrix} = 4\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$  prandaj RS është paralel me PQ dhe është 4 herë sa gjatësi e tij.

9 a  $\begin{pmatrix} -10 \\ -4 \end{pmatrix}$  b  $(1, 8)$  c  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

10 a  $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 18 \\ 12 \end{pmatrix}$  c  $(16, 8)$

11  $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$

12 a  $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{b}$ , pra  $\overrightarrow{OC}$  është paralel me  $\overrightarrow{AB}$  dhe kanë të njejtën gjatësi.

b  $\overrightarrow{BC} = -\mathbf{a}$ , pra  $\overrightarrow{BC}$  është paralel me, dhe kanë të njejtën gjatësi me  $\overrightarrow{OA}$  por drejtime të kundërta.

c Paralelogram

13 a i  $\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix}$

b  $\overrightarrow{AC} = 3 \times \overrightarrow{AB}$  si  $\begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$  pra janë paralele.

Te dy drejtëzat kalojnë nga A prandaj A, B dhe C shtrihen në një drejtëz.

14  $\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \overrightarrow{QR} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} = 2\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$  pra janë paralele.

Te dy drejtëzat kalojnë nga Q prandaj P, Q dhe R shtrihen në një drejtëz.

15 Përgjigjet e vetë nxënësve

### 18.5 Zgjidhje problemash geometrie

1  $2\mathbf{p}$  dhe  $5\mathbf{p}; \mathbf{p} - \mathbf{q}$  dhe  $4\mathbf{q} - 4\mathbf{p}; 3\mathbf{q} - \mathbf{p}$  dhe  $2\mathbf{p} - 6\mathbf{q}$

2 a  $\overrightarrow{PR} = 9\mathbf{a} - 6\mathbf{b} = 3(3\mathbf{a} - 2\mathbf{b})$  prandaj PR është paralel me PQ dhe sa trefishi në gjatësi.

b P, Q dhe R shtrihen në një drejtëz.

3 a i  $\mathbf{a}$  ii  $\mathbf{b}$  iii  $-\mathbf{a}$  iv  $-\mathbf{b}$

b  $2\mathbf{b} - 2\mathbf{a}$  c  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$

d AB është paralel me MN dhe sa dyfishi i saj në gjatësi.

4 a  $\frac{1}{3}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$  b  $\frac{1}{3}(\mathbf{b} + 2\mathbf{a})$

5 a  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  b  $\frac{1}{2}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$  c  $\frac{1}{2}(\mathbf{b} + \mathbf{a})$

6 a  $2\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$  b  $7\mathbf{a} + 6\mathbf{b}$

7 a i  $6\mathbf{b} - 6\mathbf{a}$  ii  $6\mathbf{a}$

b  $12\mathbf{b} - 3\mathbf{a}$

c  $\overrightarrow{EX} = 12\mathbf{b} - 3\mathbf{a} = 3(4\mathbf{b} - \mathbf{a}); \overrightarrow{EY} = 16\mathbf{b} - 4\mathbf{a} = 4(4\mathbf{b} - \mathbf{a})$ .

Janë paralele, dhe të dyja kalojnë nga pika X prandaj E, X dhe Y shtrihen në një drejtëz.

8 a i  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  ii  $\frac{1}{4}\mathbf{b}$  iii  $\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b}$  iv  $\mathbf{b} + \frac{1}{4}\mathbf{a}$

b  $\overrightarrow{EF} = \frac{3}{4}(\mathbf{b} - \mathbf{a}); \overrightarrow{AB} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$ .  $\overrightarrow{EF}$  është shumëfish i  $\overrightarrow{AB}$ , prandaj janë paralele.

9 a i  $\frac{1}{2}(\mathbf{m} + \mathbf{n})$  ii  $\frac{3}{4}(\mathbf{m} + \mathbf{n})$  iii  $\frac{3}{4}\mathbf{n} - \frac{1}{4}\mathbf{m}$

b  $3\mathbf{n} - \mathbf{m}$

c  $\overrightarrow{MQ} = \frac{3}{4}\mathbf{n} - \frac{1}{4}\mathbf{m} = \frac{1}{4}(3\mathbf{n} - \mathbf{m})$ .  $\overrightarrow{MQ}$  është shumëfish i  $\overrightarrow{MR}$ , prandaj janë paralele. Te dy drejtëzat kalojnë nga pika M, prandaj MQR është vijë e drejtë.

$\frac{MR}{MQ} = 4$

10 a  $2\mathbf{b}$  b  $2\mathbf{a} + \mathbf{b}$  c  $4\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$

d  $\overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}(4\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$  prandaj S është mesi i OT.

e  $\overrightarrow{QR} = 3\mathbf{a} - 2\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 18 \\ -24 \end{pmatrix}$ . QR është 30.

### 18 Zgjidh problemat

1 a  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$  b i  $\frac{1}{4}\mathbf{a}$  ii  $\frac{1}{4}\mathbf{b}$  iii  $\frac{1}{4}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$

- c AB dhe XY janë paralele pasi njëri është shumëfish i tjetrit.  
AB është 4 herë sa gjatësia e XY.
- 2 Anna është e saktë (AB, AC, AD, BA, BC, BD, CA, CB, CD, DA, DB, DC)
- 3 Të dhënat japin grafikun  $y = -0.01x + 18$ , i cili tregon që temperatura në 2500 m është  $-7^\circ\text{C}$ .
- 4 Qenit të vogël i duhen 6.75 minuta; Labradorit i duhen 5.88 minuta. Labradori arrin më parë në cepin tjetër të parkut.
- 5 Alexandra është e saktë:  $0.496 \times 2.6^3 = 8.7176$ , pra 8 litra 718 ml (në ml më të afërt)
- 6 Antony fiton pagën vjetore më të madhe. Ross fiton 28 000 dhe Antony fiton 30 000.
- 7  $\frac{15 \times 18000}{620}x = 10800$ , prandaj  $x = 24.8$ .  
Rrjedhimisht pronari duhet të punësojë të paktën 25 mbledhës mollësh.

## 18 Kontrolllo njohuritë

- 1 a  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
- 2 a  $(3, 7)$  b  $\begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$
- 3  $\sqrt{34}$
- 4
- 5  $\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$
- 6 a  $\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -5 \\ 8 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$
- 7  $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$
- 8 a  $3a - 3b$ ;  $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$  b  $3a + 3b$
- 9 a  $\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -6 \\ 10 \end{pmatrix}$
- 10 a i  $\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 9 \\ 27 \end{pmatrix}$   
b  $\overrightarrow{AC} = 3\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$  prandaj A, B dhe C shtrihen në një drejtëz.
- 11 a i  $\frac{1}{2}a$  ii  $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}c$   
b  $\overrightarrow{CA}$  është shumëfish i  $\overrightarrow{MN}$  prandaj janë paralele.

## 18 Përpuno njohuritë

### Simbolet e vektorëve

- 1 a  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} -2 \\ -2 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -6 \\ 3 \end{pmatrix}$  d  $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$
- 2 a  $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$  b  $\overrightarrow{OB} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix}$
- 3  $(3, 8)$
- 4  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$
- 5 a b  $\sqrt{29}$
- 6 a 5 b  $\sqrt{106}$  c  $\sqrt{130}$  d  $\sqrt{34}$

## Aritmetike me vektorët

- 1
- 2
- 3 a
- b i  $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  iii  $\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$
- c i  $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$  ii  $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$  iii  $\begin{pmatrix} 7 \\ 10 \end{pmatrix}$
- 4 a  $\begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 6 \\ -10 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} 10 \\ 16 \end{pmatrix}$  d  $\begin{pmatrix} 12 \\ -6 \end{pmatrix}$
- 5 a  $\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix}$  b  $\begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$  c  $\begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix}$
- 6  $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix}$
- Ushtrime gjeometrike
- 1 Segmentet paralele me të njëjtën gjatësi kanë të njëjtën vektor.
- 2  $a + b$ ;  $2(a + b)$ ;  $3a + 3b$ ;  $2a + 2b$
- 3  $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix}$
- 4 a  $\overrightarrow{CD}$  është shumëfish i  $\overrightarrow{AB}$ . b  $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB} = 2a$
- c  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = -a + b + 2a = b + a$
- 5 a b  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$c \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{DB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

AC është paralel me DB dhe kanë të njëjtën gjatësi.

$$6 a \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} b \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

c  $\overrightarrow{AB} = 3\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  dhe  $\overrightarrow{BC} = 2\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Te dy janë shumëfisha të të njëjtin vektor prandaj janë paralel. Te dy kalojnë nga pika B prandaj shtrihen në një drejtëz.

$$7 a \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} b \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix} c \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$8 a \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}; \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix}$$

## Kapitulli 18 Përgjigjet

- b**  $\overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ . Te dy janë shumëfisha të të njëjtin vektor prandaj janë paralel.
- c**  $\overrightarrow{AB}$  dhe  $\overrightarrow{B}$  janë paralele dhe të dy kalojnë nga pika B. Prandaj ABC është një vijë e drejtë dhe A, B dhe C shtrihen në një drejtëz.
- 9 a**  $\frac{1}{2}\mathbf{a}$       **b**  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$       **c**  $\frac{1}{2}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$       **d**  $\frac{1}{2}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$   
**e**  $\frac{1}{2}\mathbf{b}$
- f**  $\overrightarrow{OB}$  dhe  $\overrightarrow{CD}$  janë të dy shumëfisha të  $\mathbf{b}$ , prandaj janë paralele.
- 10 a**  $AP = \frac{3}{5}AB$ ;  $BP = \frac{2}{5}BA$   
**b i**  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$       **ii**  $\frac{3}{5}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$       **iii**  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$       **iv**  $\frac{2}{5}(\mathbf{b} - \mathbf{a})$   
**v**  $\frac{2}{5}\mathbf{a} + \frac{3}{5}\mathbf{b}$

## 18 Thello njohuritë

- 1**
- 
- 2 a**  $2\mathbf{b}$       **b**  $2\mathbf{a}$       **c**  $\mathbf{b}$       **d**  $-\mathbf{a}$   
**e**  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$       **f**  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$       **g**  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$       **h**  $\mathbf{b} + \mathbf{a}$
- 3 a**  $(4, 5)$       **b**  $\begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix}$       **c**  $(5, 0)$
- 4 a**  $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix}$       **b**  $\begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$       **c**  $\sqrt{29}$
- 5 a**  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$       **b**  $\frac{1}{3}(\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$
- 6 a**  $2\mathbf{a}$       **b**  $\frac{1}{2}(3\mathbf{a} + \mathbf{c})$       **c**  $\mathbf{a} + \mathbf{c}$       **d**  $\frac{1}{5}(4\mathbf{a} + 5\mathbf{c})$
- 7 a i**  $2\mathbf{j}$       **ii**  $\mathbf{j} - \mathbf{k}$       **iii**  $-\mathbf{k} - \mathbf{j}$   
**b i**  $\mathbf{j} - \mathbf{k}$       **ii**  $\overrightarrow{JX} = \overrightarrow{KJ}$ , dhe pika J e përbashkët.
- 8 a**  $\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$   
**b**  $\overrightarrow{NM} = \frac{1}{5}(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ ;  $\overrightarrow{NC} = 2(\mathbf{a} - \mathbf{b})$ ;  $\overrightarrow{NC}$  është shumëfish i  $\overrightarrow{NM}$  dhe pikat N është e përbashkët, prandaj NMC është vijë e drejtë
- 9 a**  $3q - 2p$   
**b**  $\overrightarrow{Ose} = \frac{6}{5}(p + q)$ ;  $\overrightarrow{Ose}$  është shumëfish i  $p + q$  dhe prandaj është paralel me  $p + q$ .
- 10 a**  $\mathbf{a} - \mathbf{b}$       **b**  $-\frac{1}{5}(3\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$
- 11 a i**  $2q - 4p$       **ii**  $3(q - p)$       **iii**  $2(q - p)$   
**b**  $\overrightarrow{AB}$  dhe  $\overrightarrow{AC}$  janë shumëfisha të  $q - p$ . Pika A është e përbashkët, prandaj ABC është vijë e drejtë.  
**c** 9 cm
- 12 a**  $\mathbf{b} - \mathbf{a}$       **b**  $2\mathbf{b} - \mathbf{a}$
- 13 a**  $6\mathbf{b} - 3\mathbf{a}$   
**b**  $\overrightarrow{AX} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{b} - \mathbf{a}$   
 $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AX} = 2(\mathbf{b} + \mathbf{a})$   
 $\overrightarrow{OY} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BY} = 5(\mathbf{b} + \mathbf{a})$   
 So  $\overrightarrow{OX} = \frac{2}{5}\overrightarrow{OY}$

## 18 Test

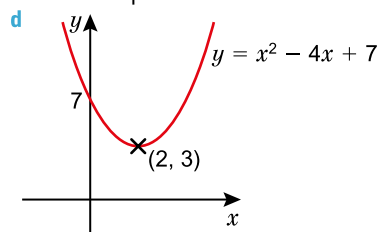
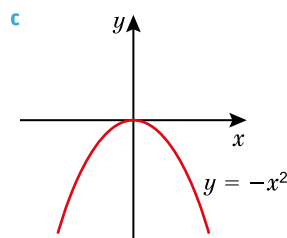
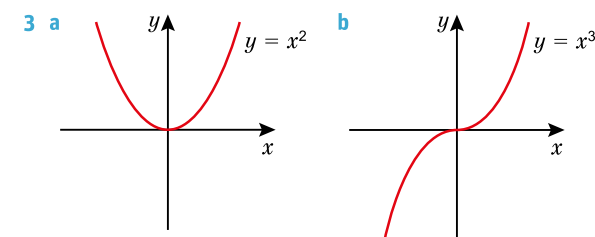
### Shembull përgjigje nxënësi

- a** Përgjigjja duhet të thotë se  $\overrightarrow{AB} = 2\mathbf{n} - 2\mathbf{m} = 2(\mathbf{n} - \mathbf{m})$  dhe  $\overrightarrow{MN} = \mathbf{n} - \mathbf{m}$ . Nxënësi ka harruar drejtimin e vektorit.
- b** Përgjigjja mund të përmirësohet duke shtuar një fjali në fund, p.sh. 'Kjo do të thotë se AB është paralel me MN dhe sa dyfishi i gjatësisë së tij.'

## KAPITULLI 19

### 19 Kontrolli i njohurive të mëparshme

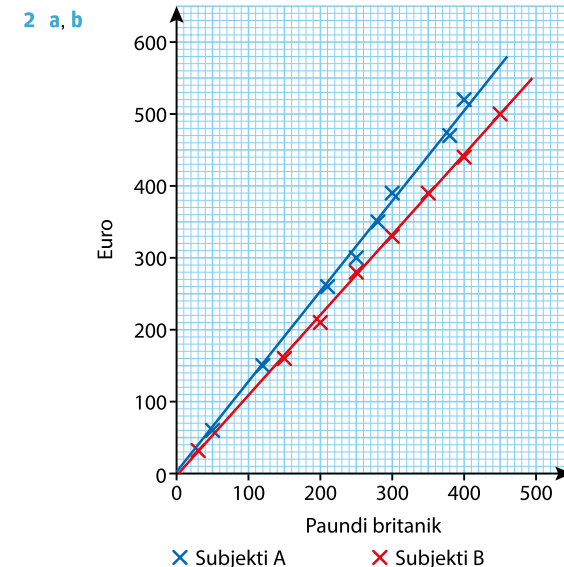
- 1 a**  $1.33 \text{ m/s}^2$       **b**  $2 \text{ m/s}^2$       **c** 2200 m ose 2.2 km  
**2** C



- 4** Ab, Bc, Ca  
**5 a**  $y = (\cos x) - 1$       **b**  $y = 2 \cos x$   
**6** 24 minuta  
**7 a**  $\frac{1}{3}$       **b** 2      **c**  $\frac{1}{x}$   
**8 a**  $\frac{1}{4}$       **b**  $\frac{1}{2}$       **c** 1      **d** 9      **e**  $\frac{1}{3}$   
**9 a** c dhe d      **b**  $d = 7c$   
**10 a** 10      **b**  $\pm 2$       **c**  $2(x^2 + 6x - 5)$   
**11 a** 4 dhe 0.25, 8 dhe 0.125, 5 dhe 0.2, 10 dhe 0.1, 2.5 dhe 4, 1.6 dhe 0.625  
**b** Përgjigjet e vetë nxënësve

### 19.1 Përpjesëtimi i drejtë

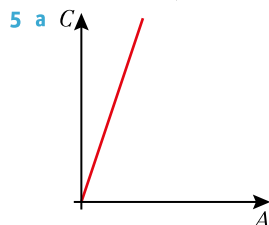
- 1 a** Po;  $C = 0.84q$       **b** Jo  
**c** Jo      **d** Jo



- c i  $E = 1.25S$  (ku koeficienti këndor gjendet nga grafiku i nxënësve)  
 ii  $E = 1.1S$  (ku koeficienti këndor gjendet nga grafiku i nxënësve)  
 d Subjekti A
- 3 a  $y = 5x$  b  $y = 50$  c  $x = 13$   
 4 a  $y = 6.5x$  b  $y = 91$  c  $x = 22$   
 5 a  $x = 5$  b  $x = 10.1$  (1 shifër dhjetore)  
 c  $x = 8.125$   
 6 a  $y = \frac{x}{60}$  b  $y = 9$

## 19.2 Më shumë përpjesëtime të drejta

- 1  $k = 2.5$   
 2 a  $F = 8a$  b 160 c 14  
 3 a Raporti i  $P:l$  thjeshtohet në 12:5 për të gjithë çiftet e vlerave.  
 b  $k = 2.4$   
 c  $P = 2.4l$   
 d i  $P = 43.2$  cm ii  $l = 17.5$  cm  
 4 a  $d = 500t$   
 b  $d = 2500$  km  
 c  $t = 4.5$  orë  
 d i Distanca dyfishohet. ii Distanca përgjysmohet.



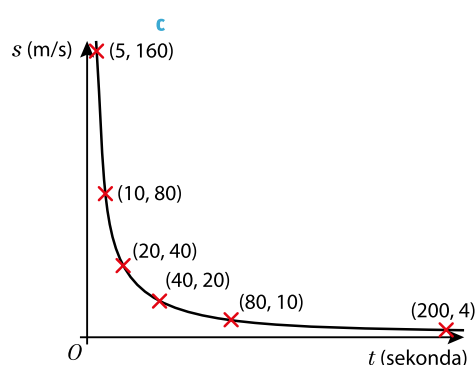
- b  $C = 50A$  c 4250  
 6 a  $y \propto x^2$  b  $y = kx^2$  c  $k = 4$  d  $y = 100$   
 e  $x = 2.5$   
 7 a  $y = 3.6x^3$  b  $y = 230.4$  c  $x = 5$   
 8 a  $y = 25\sqrt{x}$  b  $y = 75$  c  $x = 100$   
 9  $y = 54$   
 10 a  $E = 5s^2$  b  $E = 20J$  c  $s = 6.2$  m/s  
 d Energjia kinetike,  $E$  shumëzohet me 4.  
 11 a  $C = 0.05s^3$  b  $C = 6.25$   
 12 a  $T = \frac{R^2}{450}$  b  $T = 50$  minuta  
 13  $g \propto h^3$

## 19.3 Përpjesëtim i zhdrejtë

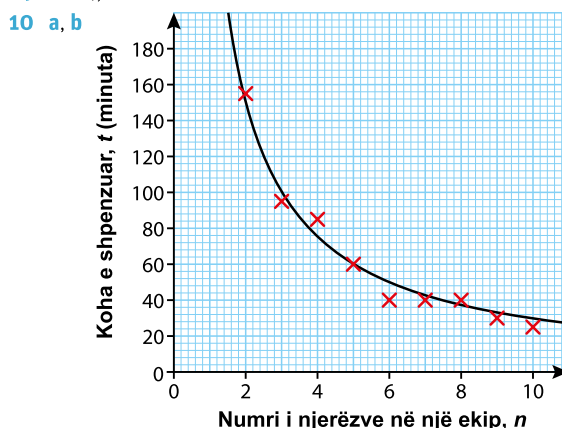
- 1 a  $A = \frac{B}{4}$  b  $A = 115$   
 2 a  $y \propto x$  b  $y \propto \frac{1}{x}$  c  $y \propto x^2$   
 3 a  $y = \frac{10}{x}$  b  $y = 0.5$  c  $x = 2.5$   
 4 a  $P = \frac{3000}{V}$  b  $P = 2000$  N/m<sup>2</sup> c  $V = 2.5$  m<sup>3</sup>  
 d Kur shtypja dyfishohet, vëllimi përgjysmohet.  
 5 a  $t = \frac{600000}{p}$   
 b Jo, i duhen 4 minuta. Kur  $p = 2500$  Ë,  $t = 240$  sekonda.  
 6 a Një grafik që tregon përpjesëtimin e zhdrejtë b  $k = 8$   
 c Prodhimi i  $x$  dhe  $y$  është gjithmonë konstant, 8  
 7 C  
 8 a  $t = \frac{800}{s}$

b

Shpejtësia, $s$ (m/s)	4	10	20	40	80	160
Koha, $t$ (sekonda)	200	80	40	20	10	5



- 9 a = 4, b = 2



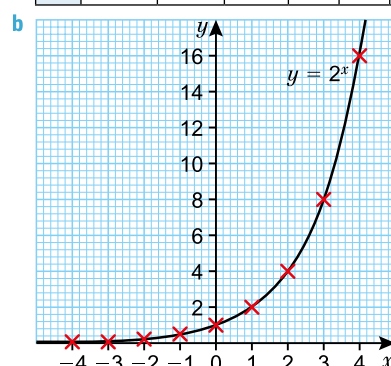
- c Përgjigjet që i afrohen  $t = \frac{300}{n}$   
 d Përgjigja duke përdorur formulat e nxënësve nga pika c  
 $t = \frac{33}{n}$  jep  $t = 20$  minuta.  
 11 1.33 (2 shifra dhjetore)  
 12 a  $y = \frac{54}{x^3}$  b  $y = 0.432$  c  $x = 2$   
 13 a  $y = \frac{6}{\sqrt{x}}$  b  $y = 3$  c  $x = 1$   
 14 a  $D = \frac{6390}{r^2}$  b  $D = 10.2$  cm (1 shifër dhjetore)  
 c  $r = 10.0$  cm (1 shifër dhjetore) d  $\frac{1}{4}d$  cm  
 15 a  $s = \frac{3400}{r^2}$  b  $s = 192.74$

## 19.4 Funkzionet eksponenciale

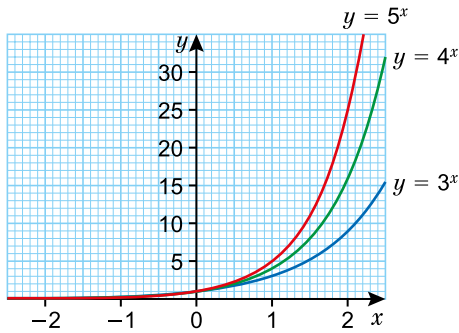
- 1 a 16 b 1 c  $\frac{1}{5}$  d  $\frac{1}{16}$   
 2 a 512 b 16384 c 524288  
 3 a  $x = 3$  b  $x = 4$  c  $x = 4$

4 a

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y$	0.06	0.13	0.25	0.5	1	2	4	8	16



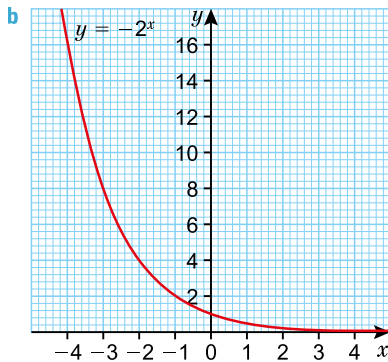
c i  $y \approx 11$  ii  $x \approx 3.3$   
5 a, b



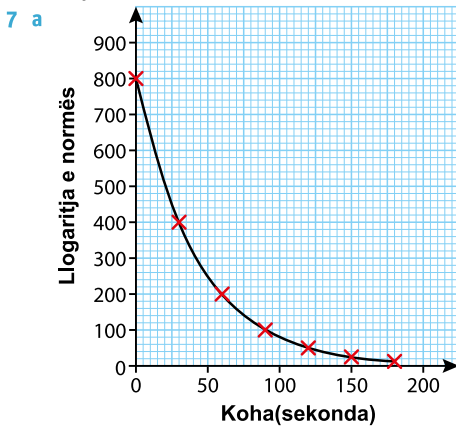
c (0, 1)

6 a

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.13	0.06



c i  $y \approx 0.1$  ii  $x \approx -3.3$



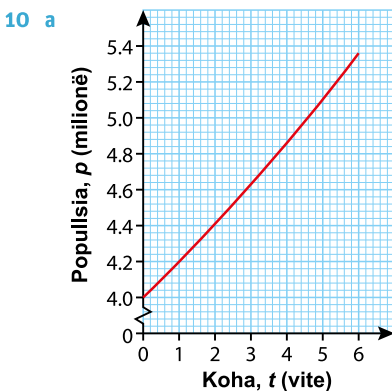
b Zvogëlim eksponencial c 30 sekonda

8  $a = 5, k = \frac{7}{5}$

9 a  $a = 2000000, b = 0.9$

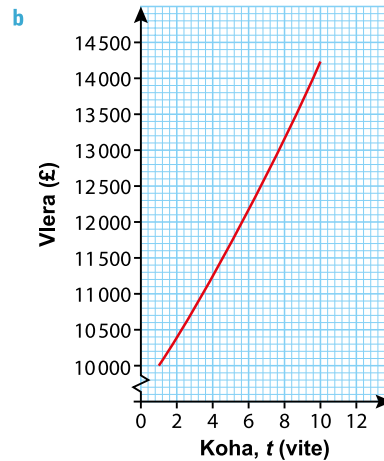
b 1458000

c 10%



b i  $p \approx 4.5$  milion ii  $t \approx 4.6$  vite

11 a  $V = 10\,000 \times 1.04^t$



c  $t \approx 2.4$  vite

### 19.5 Grafikë jolineare

1 i = A, ii = D, iii = C, iv = D

2 180 m

3 a 3

b 1.5

c -1

4 a Me rritjen e kohës, lartësia rritet me një shpejtësi më të madhe.

b B

5 a  $T = 60^\circ\text{C}$

b Shkalla e ndryshimit të temperaturës zvogëlohet me kalimin e kohës.

c  $10^\circ\text{C}$

d  $\approx 0.1^\circ\text{C/sec}$

e Jo, shkalla mesatare e ujes së temperaturës  $\approx 0.2^\circ\text{C/sec}$  midis 0 dhe 400 sekondave.

f Shkalla mesatare e ujes së temperaturës në 300 sekondat e para  $\approx 0.25^\circ\text{C}$ . Kjo është më e shpejtë se shkalla e ujes së temperaturës në sekondin e 300  $\approx 0.08^\circ\text{C/sec}$ .

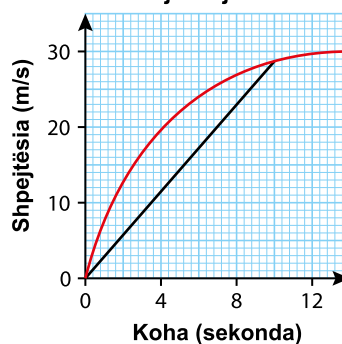
6 a  $10\text{ m/s}^{-1}$

b 10 sekonda

c 24 sekonda

7 a

Lëvizja e një makine



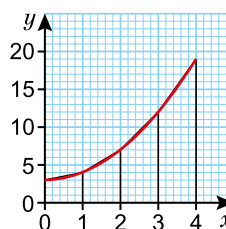
b  $2.8\text{--}2.9\text{ m/s}^{-2}$

c  $2.5\text{--}3.0\text{ m/s}^{-2}$

d Shkalla e nxitimit ulet me kalimin e kohës.

e  $\approx 94\text{ m}$

8 a, b, c



d 34

9 a Arbeni është gjithmonë në krye të garës. Distanca ndërmjet Arbenit dhe Klarës rritet gjatë 45 sekondave të para, më pas Klara përshejton dhe fillon të ngushtojë distancën.



- b** Shpejtësia e saj mesatare gjatë pjesës së dytë të garës është më shumë se dyfishi i shpejtësisë mesatare gjatë pjesës së parë.  
**c** Duke estimuar nga grafiku: Arbeni = 7.25 m/s; Klara 7.5 m/s. Diferenca 0.25 m/s

10 a 2.5 m/s    b 50 m    c  $T \approx 3$  sec

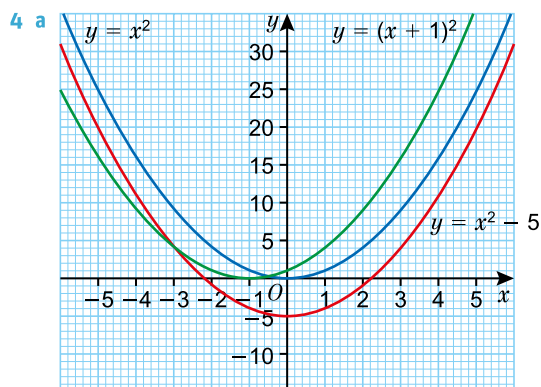
### 19.6 Zhvendosjet e grafikëve të funksioneve

1 a 7    b -8    c 2    d 1    e 0

2 a i 19    ii 27

b i  $y = 5x + 4$     ii  $y = 5(x + 2) + 2$

3 a A    b B

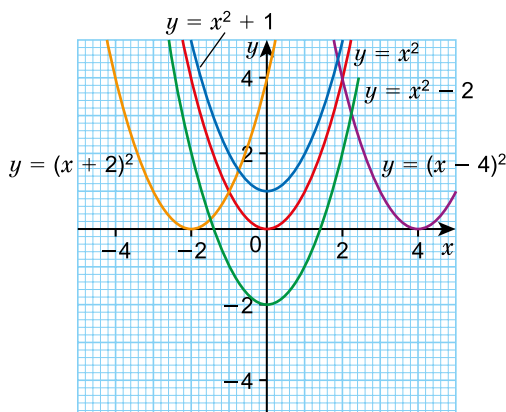


b i (0, -5)    ii (-1, 0)

c i Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} 0 \\ -5 \end{pmatrix}$     ii Zhvendosje me  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

d i  $y = x^2 - 5$     ii  $y = (x + 1)^2$

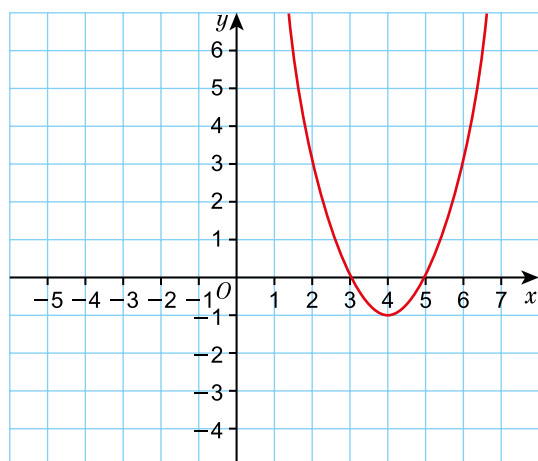
5



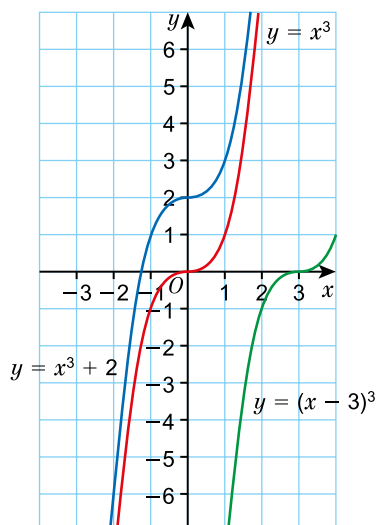
6 a  $\begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix}$     b  $\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$     c  $\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$     d  $\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$     e  $\begin{pmatrix} -5 \\ -2 \end{pmatrix}$

7  $y = f(x - 6)$

8

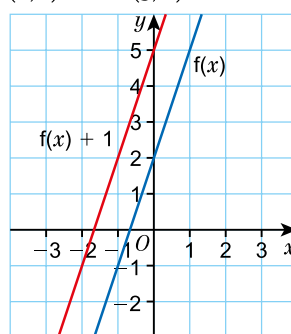


9 a



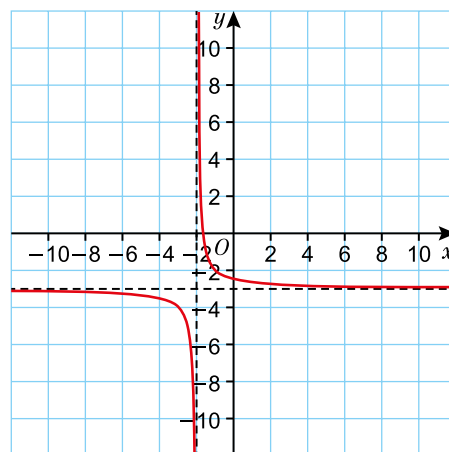
b i (0, 2)    ii (3, 0)

10 a, b



c  $y = 3x + 5$

11 a

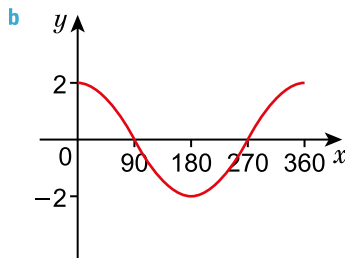
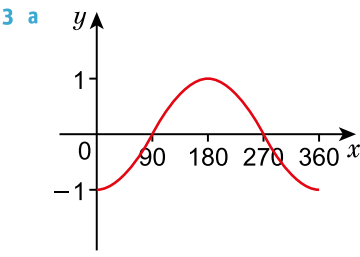


b  $x = -2$  dhe  $y = -3$

### 19.7 Pasqyrimi dhe zgjerimi i grafikëve të funksioneve

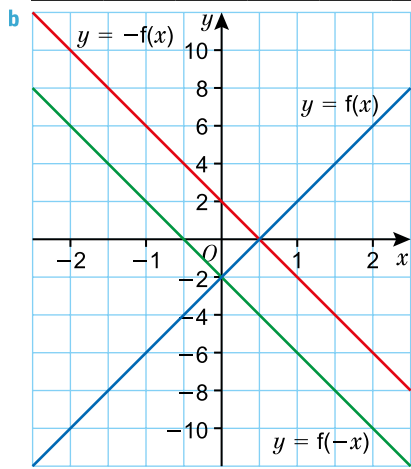
1 a  $-6x - 4$     b  $-6x + 4$

2 a 1    b 50

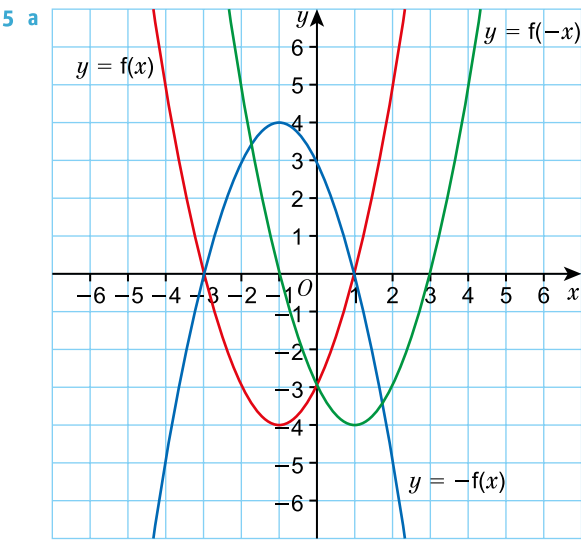


4 a

$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-10	-6	-2	2	6
$-f(x)$	10	6	2	-2	-6
$f(-x)$	6	2	-2	-6	-10



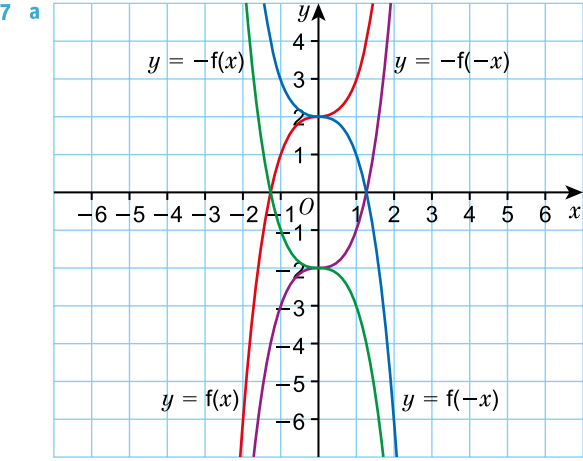
c Pasqyrim sipas boshtit të x-it  
d Pasqyrim sipas boshtit të y-it



b Jo, grafikët  $y = f(x)$  dhe  $y = -f(x)$  gjithmonë kalojnë nga boshti i x-it në të njëjtën pikë.

Grafikët  $y = f(x)$  dhe  $y = f(-x)$  gjithmonë kalojnë nga boshti i y-it në të njëjtën pikë.

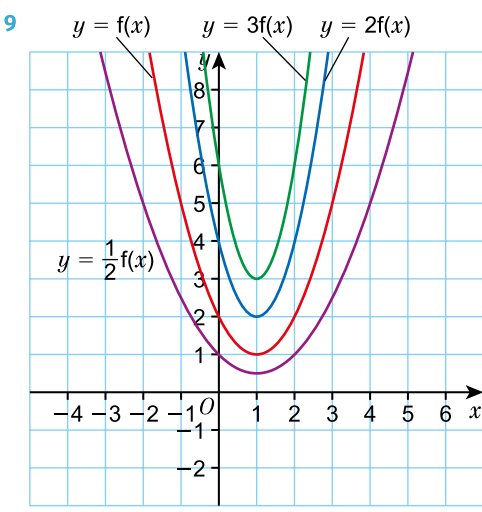
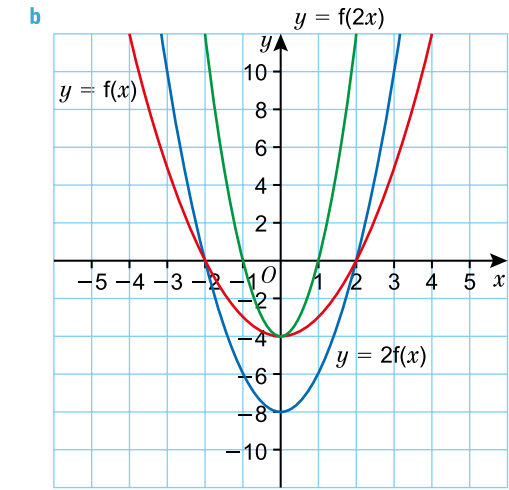
6 a (2, -4)    b (-2, 4)    c (-2, -4)

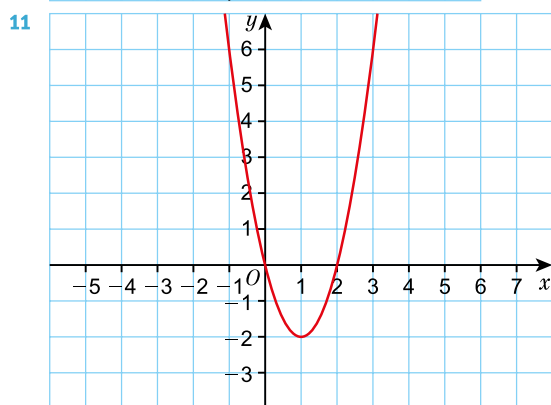
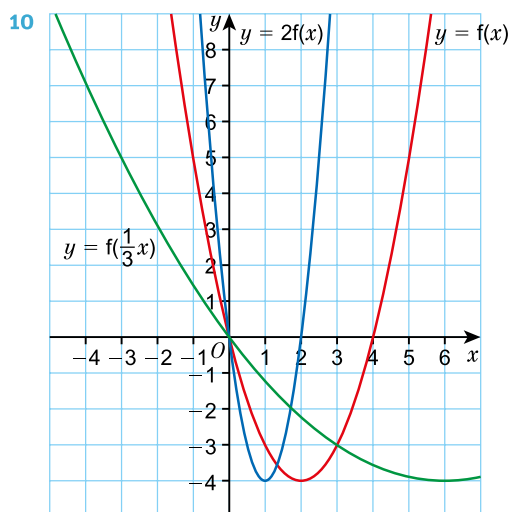


b Rotullim me  $180^\circ$  rreth (0, 0)

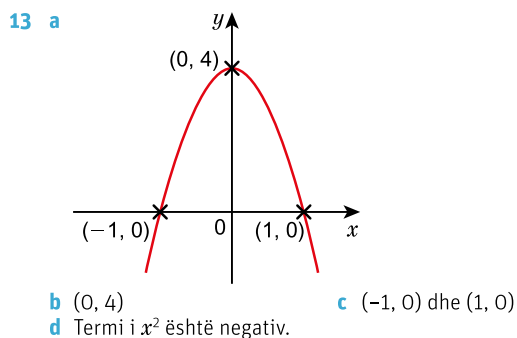
8 a

$x$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	12	5	0	-3	-4	-3	0	5	12
$2f(x)$	24	10	0	-6	-8	-6	0	10	24
$f(2x)$	60	32	12	0	-4	0	12	32	60





12 a D b C c B d A

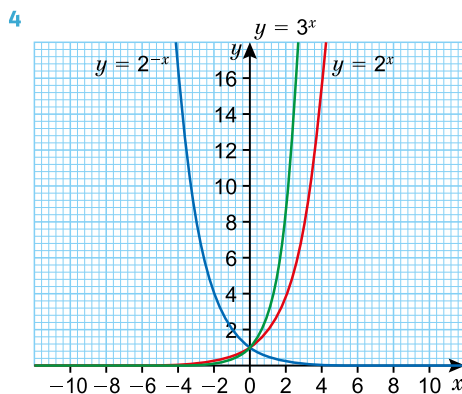


## 19 Zgjidh problemat

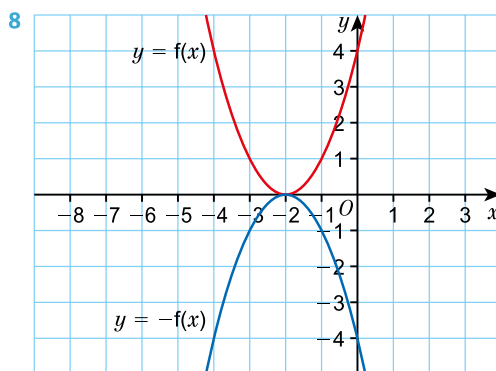
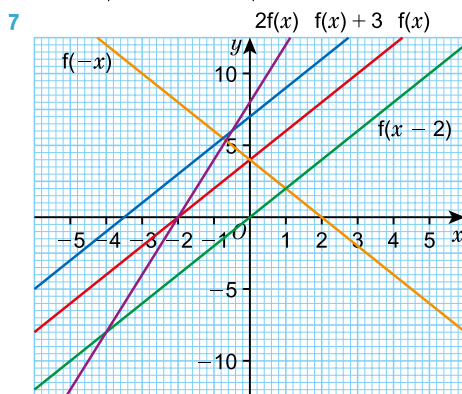
- Numri total i rasteve: 7, 14, 28, 56, 112. Dita e 4.
- a  $A = 3, B = 2.8$ .  
b Është më urgjente për të dërguar më shumë punojnës pasi do duhen në ditën e 6 ndërkohë që furnizimet shtesë nuk nevojiten në ditën e 7.
- Me kalimin e kohës më pak njerëz do të marin sëmundjen. Ky model nuk përfshin njerëzit që shërohen (ose vdesin) nga sëmundja. Si përfundim, vlera e B mund të influencohet nga përgjigjja e njeriut kundrejt sëmundjes (për shembull me përdorjen e karantinës)

## 19 Kontrolllo njohuritë

- a  $I = 2.5V$  b  $I = 25 \text{ amp}$  c  $I = \frac{40}{R}$  d  $I = 10 \text{ amp}$
- a  $y = 12x^2$  b  $y = 108$  c  $x = \pm 5$
- a  $c = \frac{352}{d^3}$  b  $c = 2.816$



- 5 a i  $a = 3$  ii  $b = 2$  b 48  
6 a  $0.9 \text{ m/s}^2$  b  $0.4 \text{ m/s}^2$  c 530 m

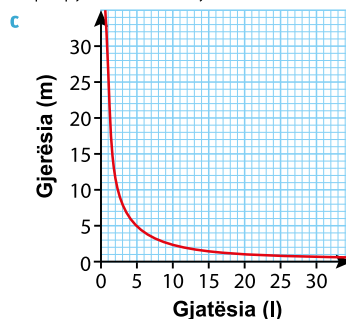


- 10 a Po  
b Përgjigjet e vetë nxënësve  
c Përgjigjet e vetë nxënësve

## 19 Përpuno njohuritë

### Raportet

- a  $c = 132l$  b 9.09 litra (2 shifra dhjetore)
- a p.sh.  $l = 24, m = 1, l = 12, m = 2, l = 8, m = 3, l = 6, m = 4$   
b përpjestim i zhdrejtë



**Kapitulli 19** Përgjigjet

- 3 a i

4 a i  $A \propto B$

b i  $C \propto \frac{1}{D}$

c i  $M \propto N^2$

d i  $F \propto \frac{1}{G^3}$

e i  $H \propto \frac{1}{\sqrt{T}}$

f i  $R \propto S^3$

5 a  $k = 10$

6 a  $k = 20$

7 a  $k = 5$
- b ii  $A = kB$

ii  $C = \frac{k}{D}$

ii  $M = kN^2$

ii  $F = \frac{k}{G^3}$

ii  $H = \frac{k}{\sqrt{T}}$

ii  $R = kS^3$

b  $F = 10a$

a  $= \frac{20}{b}$

b  $d = 5t^2$
- c  $F = 40$

a  $= 4$

d  $= 245$
- d  $a = 6$

b  $= 4$

t  $= 3$

**Grafikët eksponencialë dhe grafikë të tjerë jo-linearë**

- 1 a

t	0	1	2	3	4	5	6
n	1	2	4	8	16	32	64
- b, c
- 2 a

$4 = ab^0$

$8 = 4b$

$y = 4 \times 2^x$
- b

$a = 4$

$b = 2$

$y = 32$
- 3 a i

ii

iii
- 20 m/s

40 m/s

60 m/s
- b

0.4 m/s<sup>2</sup>

2.5 km
- c i

ii

**Transformimet e grafikëve të funksioneve**

- 1 a

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(x)	16	9	4	1	0	1	4	9	16
- b, e, h

$y = f(2x)$

$y = 2f(x)$

c

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
2f(x)	32	18	8	2	0	2	8	18	32

d

Dyfish

e

Shihni më lartë

f  $y = f(x)$  zgjatet vertikalisht me një faktor 2 relativ me boshtin e x-it.

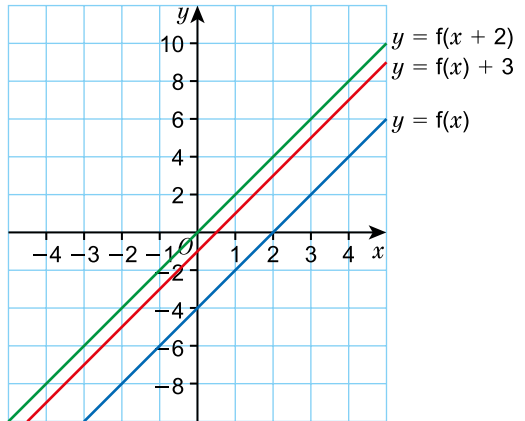
x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
f(2x)	64	36	16	4	0	4	16	36	64

h Shihni më lartë

i  $y = f(x)$  zgjatet horizontalisht me një faktor 1/2 relativ me boshtin e y-it

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	-10	-8	-6	-4	-2	0	2

b, e, h



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)+3	-7	-5	-3	-1	1	3	5

d 3 më shumë

e Shihni më lartë

f  $y = f(x)$  zhvendoset me  $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x+2)	-6	-4	-2	0	2	4	6

h Shihni më lartë

i  $y = f(x)$  zhvendoset me  $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

**19 Thello njohuritë**

- 1 a

$d = 5t^2$

45 m

11 sekonda

d

e

Përshejton në drejtim të tokës.

2

$y = 2^x$  is D

$y = 6^x$  is C

$y = 0.5^x$  is A

$y = 3^{-x}$  is B

3 a

C

b

D

c

B

d

E

e

A

- 4 a A = Topi udhëton vertikalisht lart dhe po ngadalësohet  
 B = Topi ka arritur lartësinë maksimale  
 C = Topi po përshpejton në drejtim të tokës  
 b Shpejtësia në A është njësoj me shpejtësinë në C  
 c Shpejtësitë A dhe C kanë të njëjtën vlerë numerike, por njëra është pozitive dhe tjetra negative

5 a 6556.36

b A

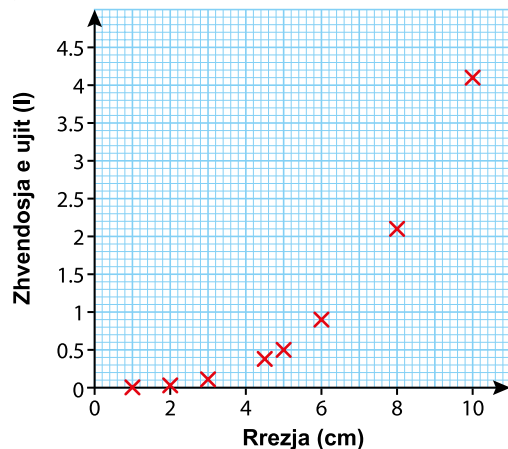
c 2642.86

6 a Muaji 1 dhe muaji 2. Grafiku ka koeficientin këndor më të lartë në këtë seksion.

b Fitimet janë rritur gjatë periudhës. Rritja ka qenë më e madhe ndërmjet muajit të parë dhe të dytë, e më pas një rritje më e vogël po me një shkallë mjaft të qëndrueshme për 4 muajt e tjerë.

c 5 milionë

7 a



b  $U \propto r^3$

c  $U = 0.004r^3$

d 16.4 litra

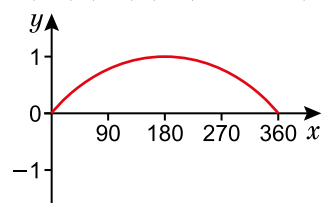
8 a i (0, 0) ii (0, 0)

iii (0, 5)

b i (1, 0), (3, 0), (5, 0)

ii (-8, 0), (0, 0), (8, 0)

9 a



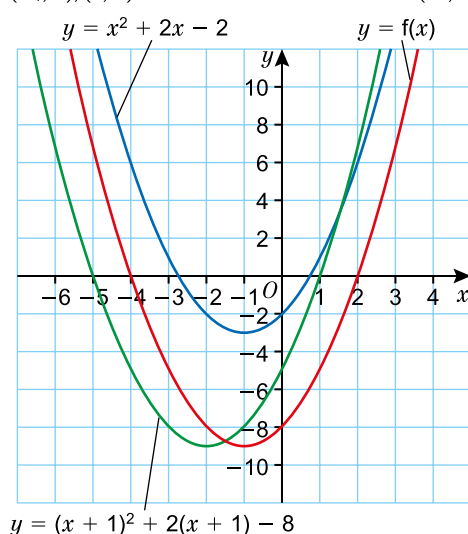
b 2

10 a (-4, 0), (2, 0)

b

(-1, -9)

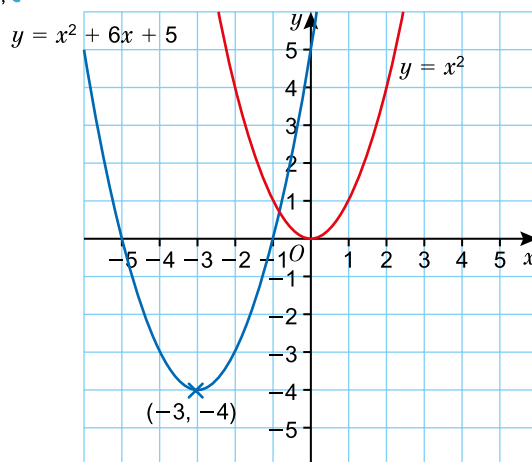
c



$$y = (x + 1)^2 + 2(x + 1) - 8$$

11 a  $a = 3$   $b = -4$

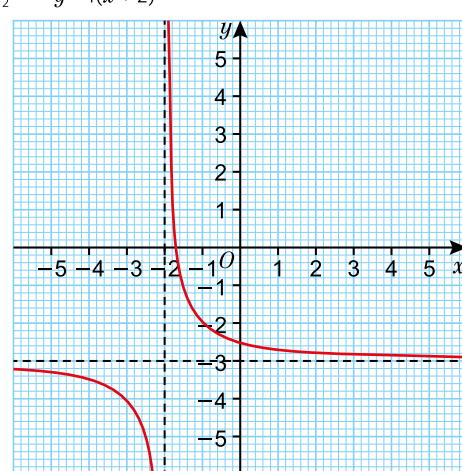
b, c



12  $a = 4$ ,  $b = 2$ ,  $c = 2$

13  $C_2$   $y = f(x + 2)$

14 a



b  $x = -2$  dhe  $y = -3$

15 105 numërime në sekondë

16 a 178 658.24

b 15 000

## 19 Test

### Shembull përgjigje nxënësi

- a Aty ku vija kalon boshtin e y-it dhe x-it, dhe aty ku ndodhen pikat e maksimumit /minimumit.  
 b Pika e minimumit..  
 c Nxënësi duhet të emërojë boshtet me një shkallë të përafërt për ta bërë më të lehtë numërimin e njësive që duhen lëvizur..